

干涉法测量重力加速度

胡梦楠, 李红蕙, 白在桥

(北京师范大学物理学系, 北京 100875)

摘要: 利用大学物理教学实验仪器搭建了一个干涉法测量重力加速度的装置. 在迈克尔逊干涉仪光路中, 将动镜置于吸入式电磁铁移动杆的顶端. 电磁铁线圈通电后移动杆被快速吸回, 使动镜自由下落. 用示波器记录下落过程中的干涉光强信号, 利用局部正弦曲线拟合可得到远小于半波长的位移分辨率. 利用二次函数拟合位移-时间曲线, 得到重力加速度. 根据多次测量 10 ms(位移约 0.5 mm)的下落数据, 得到北京地区重力加速度为 $9.803 \pm 0.003 \text{ m/s}^2$.

关键词: 重力加速度; 迈克尔逊干涉仪; LabVIEW

中图分类号: O 439 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000-0712 170622

【DOI】 10.16854/j.cnki.1000-0712.170622

重力加速度作为地球系统的重要参数, 在国防科技、军事勘探、地球科学等方面具有重要应用. 重力加速度的测量可分为绝对测量和相对测量两类: 相对测量是通过测量同一物体在不同点之间的重力差值获得各点的重力加速度分布^[1], 而绝对重力测量是直接获得测量地区重力加速度. 目前测量绝对重力加速度最精确的方法利用了光波或冷原子物质波的干涉^[2,3]. 比如 2010 年清华大学研制的 T-1 型可搬运式高精度绝对重力仪, 通过记录角反射镜在超高真空室中下落过程的干涉条纹数据, 得到的 g 在 12 小时内的标准差优于 $1 \mu\text{Gal}$ ^[4].

重力加速度的测量也是大学物理实验的传统内容. 教学上通常的方法有自由落体法、单摆法和复摆(凯特摆)法等. 利用光的干涉测量空气折射率、金属线胀系数等微小量也是大学物理实验的重要内

容. 本文介绍一种利用光的干涉测量重力加速度的方法. 该方法只用到大学物理实验常用的仪器, 包括平台式干涉仪, 光电探测器、直流电源和数字存储示波器以及一个吸入式电磁铁. 虽然测量精度无法和最先进的干涉重力仪相提并论, 但这种方法原理易懂, 设备要求低、操作简单而且效果明显: 测量大约 0.5 mm 的下落距离就可以测得比较精确的重力加速度值. 该实验不仅可以激发学生对实验的兴趣, 对练习干涉光路的调节、示波器的使用以及数据的处理与分析也都有很好教学价值, 适合作为一个设计型实验引入大学基础物理实验教学.

1 实验原理

本文实验采用标准的迈克尔逊干涉光路, 原理光路见图 1. 光路大部分都在水平面内, 只有动镜 M2 (虚线框内) 的朝向为竖直方向. 反射镜 M3 的作用是将光束从水平方向转换为竖直方向. 实验用的光源是固体激光器, 反射镜 M₁、M₂ 反射回的

收稿日期: 2017-11-15; 修回日期: 2017-03-19

基金项目: 北京市教改项目 (2015-ms060) 资助

作者简介: 胡梦楠 (1996 —), 女, 河北邢台人, 北京师范大学物理学系 2014 级本科生. 李红蕙 (1997 —), 女, 吉林松原人, 北京师范大学物理学系 2014 级本科生

通讯作者: 白在桥, E-mail: baizq@bnu.edu.cn

光相干叠加产生干涉条纹。光电探测器将干涉光强转换为电压信号，然后输入数字示波器进行记录。实验时让反射镜 M_2 自由下落，每下落半个波长干涉光强完成一次明暗变化^[5]，示波器记录到一个电压起伏周期。在实际测量中，我们用示波器记录一段光强信号，然后利用自己编写的一个 LabVIEW 程序对数据进行处理，得到不同时刻 M_2 的位移，并用二次函数拟合位移-时间曲线，获得的二次项系数即为 $g/2$ 。

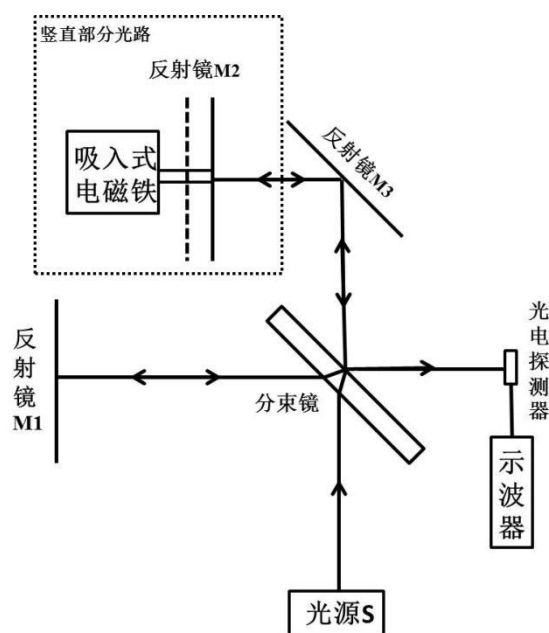


图1 实验原理图

2 实验

2.1 实验装置

本实验是在平台式干涉仪的基础上完成(见图2)。实验装置在光学减振台上搭建，用到的光学元件包括 1 个半导体激光器(波长 532 nm)、1 个扩束镜、1 个分束镜、3 个反射镜和 1 个光电探测器 (ThorlabsDET36A)，其中扩束镜只在调节光路时使用，测量时不扩束。为了提高探测器的反应速度以记录干涉光强的快速变化，光电探测器的输出端并联一个阻值为 2 K Ω 的电阻(电阻阻值越小反应速度越快但电压输出越低)。此外，实验还用到 1 个自制的释放装置、1 台数字示波器、1 台直流电源以及导线若干。释放装置的主体是一个吸入式电磁

铁(见图3)。反射镜 M_2 平置于衔铁的顶端，当电磁铁线圈通电后，衔铁被快速吸入，反射镜做自由落体运动。释放装置的顶端设有一个有机玻璃板平台，其作用有二：其一是承接保护下落的反射镜，其二减小衔铁向下运动时对空气的扰动。电磁铁通过一个二维调整架上固定在光学平台上，调整架上的两颗螺丝可以精确调节衔铁(也即 M_2)的取向。

2.2 实验方法

干涉光路的调节是大学物理实验常规内容，这里不再赘述。这里介绍如何保证 M_2 的法线方向严格竖直。我们先用一个盛有水的表面皿代替 M_2 ，用水面反射，调节光路中的其它光学元件的位置与取向，得到清晰的干涉条纹，并且条纹的中心与光电传感器接收的中心重合。在后续的实验中保证这些元件不动，只调节释放装置的取向，使得干涉条纹的中心仍与光电传感器接收的中心重合，这样就可以保证 M_2 镜面的水平。



图2 实验装置实物图

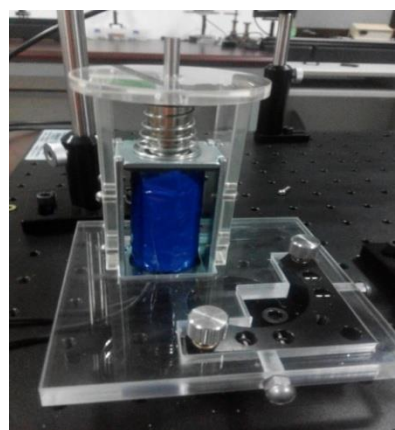


图3 释放装置实物图

电磁铁线圈的电压要足够高，能够保证通电时衔铁的加速度远大于重力加速度。实验中我们取电压为 18 V 可满足要求。图 4 是用高速相机拍摄的释放过程，(a) 图为线圈通电前，(b) 图是线圈通电后，可以发现确实衔铁的加速度的确比重力加速度大，反射镜 M2 有一个自由下落的过程。为了让示波器与反射镜 M2 的下落同步，我们用直流电源的输出电压触发示波器的波形采集。测量时按下直流电源的输出按钮，电磁铁通电，衔铁吸入，反射镜 M2 自由下落，示波器采集到干涉光强变化信号。然后用 U 盘导出数据，用于下一步处理分析。

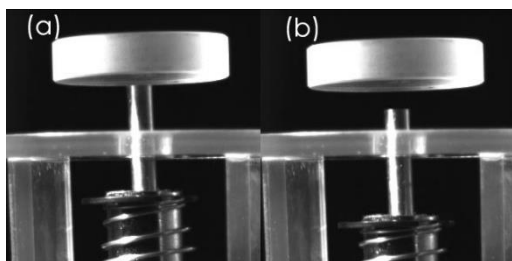


图 4 高速摄像机拍摄的释放装置

(a) 图为线圈通电前；(b) 图为线圈通电后，反射镜与衔铁分离

2.3 数据处理

图 5 是一段典型的测量数据。示波器的采样率是 10 MHz，因此数据点的时间间隔是 0.1 μs 。波形长度为 140k，对应时长 14 ms。从图中可以看出，在 1 ms 以后反射镜 M2 开始下落，干涉光强开始出现振荡，而且振荡周期越来越短。因为在振荡一个来回的时间内 M2 正好下落了半个波长，所以振荡周期越来越短意味着 M2 的速度越来越快。

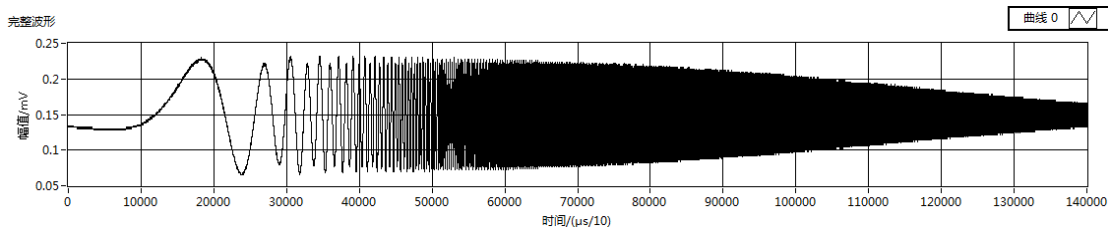


图 5 一段典型的干涉光强示意图

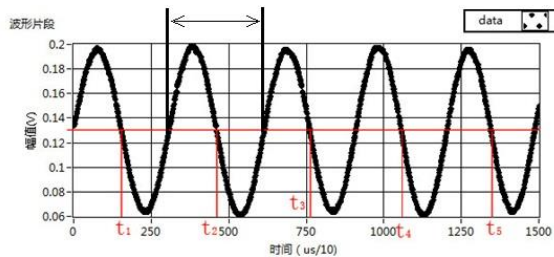


图 6 数据分析示意图，其中箭头所示的区域为正弦曲线拟合所用数据

为了精确得到每个振荡周期的时刻，我们编写了一个 LabVIEW 程序对数据进行处理。处理的思路是（参见图 6）：首先手工在波形的前部选择一段光强数据，要求大致形成一段初始相位为 0 且长度为一个周期的正弦曲线，设为 $\{v(t); t_1 \leq t < t_f\}$ 。用正弦曲线拟合这段数据：

$$v(t) = -A \sin(\omega(t - t_1)) + B \quad (1)$$

其中 A, B, ω, t_1 为 4 个拟合参数，要求 $A > 0$ 。这样的 t_1 可以理解为这段波形在下降过程中理论上的过零点。需要说明的是，LabVIEW 中的非线性曲线拟合采用了 Levenberg-Marquardt 优化算法，需要对拟合参数赋予合适的初始值才能收敛到合理的结果。我们赋初值的方法是：

$$\frac{2\pi}{t_f - t_1} \rightarrow \omega, \quad \frac{t_1 + t_f}{2} \rightarrow t_1$$

然后对待拟合数据做统计，将标准差的 $\sqrt{2}$ 倍赋予 A ，将平均值赋予 B 。实际计算中我们发现，通过这样设置，手动选择的数据不需要很准确就可以收敛到合理的结果。得到第一个振荡周期的参数后，根据 ω 和 t_1 从波形中自动取出下一个周期的数据，再次

用同样的方法进行正弦曲线拟合，得到第二个周期的过零点 t_2 。这样的过程一直可以重复进行下去，直到数据的末端。最终我们得到一系列过零点 t_1, t_2, t_3, \dots ，它们对应的位置为 $x_j = j\lambda/2$ 。由于一

个周期一般包含上百个点，如果不考虑其它因素对干涉条纹的扰动，这样拟合得到的位置精度应该比激光波长 λ 小 2 到 3 个数量级。最后按 $x_j = at_j^2 + bt_j + c$ 拟合数据，就得到重力加速度 $g = 2a$ 。需要说明的是，实验中我们发现开始下落段的数据拟合的误差比较大，这可能是衔铁还没有完全与镜面脱离。因此我们选择下落约 4 ms 以后的数据进行拟合(见图 7)。

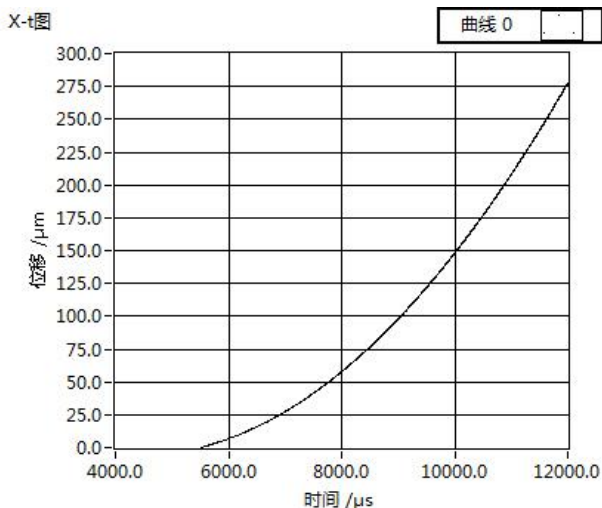


图 7 数据拟合示意图

3 结果与分析

熟练操作之后，大约 10 分钟就可以完成一次测量，表 1 是一段时间内的测量结果。可以看出测量结果的分散性比较小，平均值与北京地区重力加速度的标准值 9.8015 m/s^2 的相对误差为 0.015%。当然其中存在一定的偶然性，实际的实验误差可能并没有这么小。但不管怎样，作为教学实验，本实验的精确度是令人满意的。

表 1 部分测量结果

序号	测量结果 g (m/s^2)	序号	测量结果 g (m/s^2)
1	9.7846	12	9.8222
2	9.8239	13	9.7898
3	9.8027	14	9.8137
4	9.8263	15	9.8065
5	9.7848	16	9.8216
6	9.8086	17	9.8103
7	9.8013	18	9.799
8	9.8063	19	9.7881

9	9.7856	20	9.7738
10	9.8154	21	9.7806
11	9.8081	22	9.8057
平均值		9.803 m/s^2	

本实验主要存在以下误差来源：

(1) 环境干扰。虽然实验使用了减振光学平台，但外界的干扰并不能完全消除，干涉条纹总有一定的随机波动。由于实验只记录 10 ms 左右下落过程中的干涉条纹，这部分干扰应该不是主要的误差来源。

(2) 电磁铁的影响。衔铁的加速度较大，在吸合的末段与底座碰撞，会给实验平台一个冲击力，造成了实验平台的微小振动，从而对激光器、反射镜和测量装置等都产生了影响。这部分的影响很大，但主要影响的是下落较长时间后(大于 10 ms)的干涉条纹。为了得到更长时间的可用数据，可以考虑将电磁铁与光学平台分离或采用更好的减震措施。

(3) 衔铁对空气的扰动。衔铁在迅速向下运动会导致 M2 下方出现负压，导致测量结果偏大。

(4) 反射镜 M2 下落过程中发生微小偏转。受到空气阻力的作用，反射镜下落过程中不可避免地会发生微小偏转，对干涉条纹的分布产生影响^[6]。为了减小这部分误差，可以考虑用角反射镜代替平面镜。

(5) 空气的阻力。我们利用流体阻力的斯托克斯公式 $f=6\pi\eta rv$ 简单估计 M2 在下落过程中受到的阻力。r 取 M2 的半径 1.75 cm，空气的粘滞系数为 $1.938 \times 10^{-5} \text{ Pa}\cdot\text{s}$ ，计算下落过程中 M2 的最大速度不超过 0.1 m/s，因此空气阻力最大为 $6 \times 10^{-7} \text{ N}$ 。此时的雷诺数 $Re = \rho vr/\eta$ 接近 100，需要考虑对斯托克斯公式的修正。在末段空气阻力估计为 10^{-5} N 左右。反射镜的质量约为 0.02 kg，空气阻力造成的加速度大约为 $5 \times 10^{-3} \text{ m/s}^2$ ，与测量结果的不确定度在同一个数量级。不过空气阻力导致重力加速度测量值偏小，而实际测量结果既有偏

大也有偏小，所以对于本实验中空气阻力并非最重要的误差来源。

4 总结

本文介绍了利用迈克尔孙干涉光路测量重力加速度的实验。此方法具有物理图像清晰、设备要求不高、效果明显、结果精确的优点。本文介绍的方法还有许多可以改进的方面，比如

(1) 增加真空设备，消除空气阻力及空气流动对装置的影响；

(2) 完善减震装置，在释放装置下方安装气垫之类的减震装置，减少衔铁冲击的影响；

(3) 采用角反射镜或其它措施减小落体旋转造成的影响。

另外，本文的数据处理也提供了一些值得探讨的问题，比如如何更合理地选择拟合数据区间，如何更

合理地评价实验误差等。总之，本实验锻炼价值高，兼具趣味性与开放性，非常适合作为一个设计性实验选题。

参考文献：

- [1] 肖凡, 何志堂, 张宏伟, 等. CG-5 型相对重力仪测量精度分析[J]. 测绘技术装备, 2011 13(2):6-8
- [2] 吴彬, 王肖隆, 等. 冷原子干涉型重力仪的发展现状与趋势[J]. 导航与控制, 2015, 14(2):2-9
- [3] 冯金扬, 李春剑, 粟多武, 等. 绝对重力仪的发展现状及重力计量体系介绍[J]. 导航与控制, 2015, 14(2):10-16.
- [4] 胡华, 伍康, 申磊, 等. 新型高精度绝对重力仪[J]. 物理学报, 2012, 61(9):542-549
- [5] 赵凯华. 新概念物理教程, 光学[M]. 高等教育出版社, 2004
- [6] FENG Jin-yang, WU Shu-qing, LI Chun-jian, et al. Free-fall absolute gravity measurement based on double interferometers[J]. Optics and Precision Engineering, 2015, 23(10): 2740-2746.

Measurement of Gravitational Acceleration via Laser Interferometry

HU Meng-nan, LI Hong-hui, BAI Zai-qiao

(Department of Physics, Beijing Normal University, Beijing 100875, China)

Abstract: A laser interferometer to measure gravitational acceleration is built from low cost college laboratory apparatus. The device is basically a Michelson interferometer, in which the movable mirror is placed horizontally on the flat end of the plunger of an electromagnet. When the electromagnet coil is energized, the plunger will be quickly sucked back, leaving the movable mirror fall freely in air. At the stage of falling, the interference light intensity is recorded by an oscilloscope, and by fitting the signal with local sine waves, position of the movable mirror can be obtained at a precision much higher than the half wavelength of the laser. Finally, gravitational acceleration is extracted from the displacement-time curve of the movable mirror by a quadratic fitting. By using the data of 10ms falling, which corresponds to displacement about 0.5 mm, repeatable result of the gravitational acceleration in Beijing is obtained as $9.803 \pm 0.003 \text{ m/s}^2$.

Key words: Gravitational acceleration; Michelson interferometer; LabVIEW