

用√符号选择一类	
教 学	
科 研	√
编号 (由专家组填写)	

第十届全国高校物理实验教学研讨会 本科学生物理实验论文评比表

学生姓名： 张若彤

申报学校： 西安交通大学

联系方式： 电话： 15702941423

传真： _____

E-mail: 1825365270@qq.com

填表日期： 2018年 5月 23日

第十届全国高校物理实验教学研讨会组委会制

二〇一八年一月

学 生 情 况 及 发 表 有 关 物 理 实 验 论 文 情 况	姓 名	张若彤	性 别	女	出生年月	1999.04
	学校名称	西安交通大学				
	入学时间	2016年9月	毕业时间	2020年6月		
	学 号	2140506007				
	<p>本科期间发表与物理实验有关论文情况： 共发表 1 篇论文</p> <p>论文题目 杂志名称（卷、页、年）</p> <p>1. 基于双光栅法的充液容器共振规律研究 《中国测试》2018 年第 7 期</p> <p>2.</p> <p>.</p> <p>列出全部作者排序* 引用情况</p> <p>1. 张若彤；姜天舒；刘萍#；方爱平#；宇文子炎</p> <p>2.</p> <p>* 如有教师，请在教师名字后用#标出。</p>					
<p>代表性论文学术价值及应用价值</p> <p>《基于双光栅法的充液容器共振规律研究》一文提出一种改进的双光栅测量共振参数的实验技术，针对部分充满液体容器在外界激励下强迫振动问题，利用简单实验设备即可方便准确地测量共振频率和振幅等参数，系统开展了实验研究，分析了主要控制参数对共振频率和振幅的影响，取得了如下主要结论：</p> <p>1) 本文所提出的改进的双光栅法能方便的用于充液容器共振频率和振幅的精确测量；</p> <p>2) 现有的 French 共振模型与实验结果较好吻合，验证了实验结果的科学合理性。研究成果可推广至工程应用，以进行充液容器的共振参数计算和结构设计；</p> <p>3) 容器形状不同给共振规律带来的影响可以通过修改振幅系数来描述，因此本文研究结论可推广至其他形状的容器共振现象分析。</p>						

	指导教师姓名	方爱平	职称	副教授
指导教师评语	<p>对学生发表论文评语及论文情况说明：</p> <p>《基于双光栅法的充液容器共振规律研究》一文利用常见的大学物理实验教学设备，采用改进的双光栅法系统研究了盛有液体玻璃酒杯的共振规律，重点分析了容器内液体的高度、粘性以及容器几何尺寸等参数对共振频率和振幅的影响，其研究成果可用于类似工业和民用容器的工程设计和共振规律的研究，是学生对于物理实验设备的进一步探究，体现了良好的创新意识与发掘意识，具有较高的实验应用价值与学术价值。</p>			
	指导教师（签名）：方爱平		2018年5月30日	
学校推荐意见	<p>同意推荐！</p> <p>负责人（签名）：李名荣</p> <p>公章 2018年5月30日</p>			
大会学术组专家意见	<p>专家组组长（签名）： 年 月 日</p>			
评比结果	<p>大会主席（签名） 年 月 日</p>			

基于双光栅法的充液容器共振规律研究

张若彤¹, 姜天舒², 刘萍³, 方爱平³, 宇文子炎³

(1, 西安交通大学电气工程学院; 2, 西安交通大学电子与信息工程学院; 3, 西安交通大学理学院, 西安, 710049, 陕西, 中国)

摘要: 为研究充液容器共振规律, 提出了基于改进双光栅法的实验技术, 开展了部分盛有液体的玻璃杯共振实验, 测量了不同液面高度、不同液体粘滞系数以及酒杯形状时系统的共振频率和振幅。结果表明液面高度越高, 共振频率和相同能量下振幅越小, 且液体的粘滞系数对共振参数影响较小, 容器形状的影响可以用振幅系数 $f(z)$ 来表示。实验数据与 French 模型吻合良好, 验证了实验结果的科学合理性。研究结论表明, 改进双光栅法可用于精确测量油船、储油罐以及海底输油管道等充液容器的共振参数。

关键词: 双光栅法; 共振; 充液容器; French 模型

中图分类号: O329

文献标志码: A

文章编号:

Study of Resonance Rules of Liquid Filled Container Based on Double Grating Methods

Zhang Ruo-tong¹, Jiang Tian-shu², Liu Ping³, YuWen Zi-yan³

(1, School of Electrical Engineering; 2, School of Electronic and Information Engineering; 3, School of Science, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, Shaanxi, China.)

Abstract: The improved experiment technology based on the double grating methods has been presented to study the resonance rules of liquid filled container. For the measurement of resonance amplitude and frequency of wineglass with different liquid height, different viscosity coefficient liquid and different shape, the resonance experiment on wineglass partially filled with liquid was designed and performed. The experiment results indicated that the increment in liquid height will result in the decrease of resonance frequency and amplitude with the same energy. The viscosity coefficient has little effect on the resonance parameters. The effect of the shape of container to the resonance parameters can be expressed by the amplitude parameter $f(z)$. The experimental values and the French model values tallied preferably, which indicated the scientific reasonability of the experimental result. The conclusions exhibited that the improved double grating methods can be used to measure the resonance parameters of liquid filled containers such as oil tankers, storage tankers, and submarine oil pipelines and so on.

Key words: double grating methods; resonance; liquid filled container; French model

0 引言

共振是常见的自然现象, 对人类的生活、工作和安全等具有重要的影响。合理利用共振现象可以给人类的生活和工作带来极大的便利, 比如

利用机械共振原理可以制造地震仪, 工业生产中的振动式压路机和打夯机等也是利用了共振原理^[1]。但同时共振也会引起结构很大的变形和动应力, 甚至造成破坏性事故, 如历史上多起共振引

基金项目: 西安交通大学教学改革研究专项 (17ZX025)。

作者简介: 张若彤 (1999-), 女, 河南洛阳人, 西安交通大学电气工程学院大二在读学生, 专业方向为电力电子技术与控制理论, E-mail: ZrtHelen@163.com。

起桥梁倒塌事件、次声波与人体器官发生共振后造成大量人员伤亡、机床共振后影响加工精度等事件屡见不鲜^[2]。近年来,随着我国经济发展和战略方针的重大调整,特别是亚投行投资下油气运输的发展、“一带一路”促进下商贸物流的繁荣,大型油船、储油罐以及原油管道等部分充满液体容器在外界激励作用下共振现象越来越引起关注,共振会导致油船内液体剧烈晃动,甚至会引起船体倾覆和输油输气管道断裂^[3-6]。但目前对部分充满液体容器共振现象的研究较不系统,大多集中于对于振动模式的探究,而较少关注共振频率与共振振幅。在理论研究中, French 等^[7]基于建立了圆柱面型玻璃杯有液体时共振频率和振幅的解析模型, Jundt 等^[8]对旋转抛物面型玻璃杯的振动模式进行了探究。在实验研究方面,目前尚无对于部分充液容器振幅测量的系统的相关报道。因此急需开展类似问题的研究,发展能精确测量充液容器共振参数的实验技术,在此基础上进行系统的研究,分析影响充液容器共振规律的控制因素。

本文利用常见的大学物理实验教学设备,采用改进的双光栅法系统研究了盛有液体玻璃酒杯的共振规律,重点分析了容器内液体的高度、粘性以及容器几何尺寸等参数对共振频率和振幅的影响。结果表明,实验结果能较好的与 French 模型吻合,研究成果可用于类似工业和民用容器的工程设计和共振规律的研究。

1 理论基础

物体一般存在多个振型,不同振型所对应的频率不同,振型驻点个数越多,所对应的频率就越高,振幅也越小。根据文献[7]的研究成果,可假定容器(杯子)的振型为在杯口形成一个有四个驻点的圆形驻波,在竖直方向上产生只有一个驻点的驻波,驻点在杯子最下端固定处,在给定能量的情况下,可建立能量方程:

$$E = m \left(\frac{d\Delta}{dt} \right)^2 + k\Delta^2 \quad (1)$$

其中 $\omega^2 = k/m$, ω 为振动频率, m 和 k 为常数, E 为总能量, Δ 为振幅, t 为时间。

从而可给出空杯动能和势能方程:

$$K = \frac{5}{8} \rho_g a R \omega^2 \Delta_0^2 \sin^2 \omega t \int_0^H [f(z)]^2 dz \quad (2)$$

$$U = \frac{\pi Y a^3}{24 R^3} \Delta_0^2 \cos^2 \omega t \times \left(9 \int_0^H [f(z)]^2 dz + R^4 \int_0^H [f''(z)]^2 dz \right) \quad (3)$$

其中: K 和 U 分别为空杯的动能和势能, ρ_g 为玻璃密度, a 、 H 和 R 分别为杯壁厚度、高度和内径, z 为高度的垂直坐标, Y 为玻璃杨氏模量, ν 为振动频率, Δ_0 为共振振幅。 $f(z)$ 是振幅系数,在不同玻璃杯基准形状下描述不同高度杯壁的振幅大小,玻璃杯振动时,在顶部自由,在底部被夹紧。故 $f(z)$ 是一个单调增函数, $z=0$ 时 $f(z)=0$, $z=H$ 时 $f(z)=1$ 。根据文献[9]的研究成果, $f(z)$ 的表达式为

$$f(z) = A(\cosh \beta z - \cos \beta z) + B(\sinh \beta z - \sin \beta z)$$

其中: A, B, β 都是常数。由于不同玻璃杯基准形状不同,根据文献[8],对旋转抛物面酒杯,其振幅系数可为:

$$f(z) = \frac{z^2}{H^2}$$

根据文献[7],对圆柱面酒杯,其振幅系数可为:

$$f(z) = \left(\frac{z}{H} \right)^{3/2}$$

根据文献[7]可知,当杯子中有液体时,与轴线距离为 r 的单位体积液体的径向位移 δ_r 和横向位移 δ_t 满足下式:

$$\delta_r = \gamma_1 (r/R) \Delta_0 f(z) \cos 2\theta \cos \omega t \quad (4)$$

$$\delta_t = \gamma_2 (r/R) \Delta_0 f(z) \sin 2\theta \cos \omega t \quad (5)$$

其中： γ_1 和 γ_2 是比例系数。

从而可类似的给出液体的动能 K_1 ：

$$K_1 = \varepsilon \frac{\pi}{8} \rho_1 R^2 \omega^2 \Delta_0^2 \sin^2 \omega t \int_0^h [f(z)]^2 dz \quad (6)$$

其中： ρ_1 为液体密度， $\varepsilon (= \gamma_1^2 + \gamma_2^2)$ 为待定系数， h 为液面高度。

故当杯子中有液体时，系统的动能与共振频率满足下式：

$$K = \omega^2 \Delta_0^2 \sin^2 \omega t \left(\frac{5\pi}{8} \rho_g a R \int_0^H [f(z)]^2 dz + \varepsilon \frac{\pi}{8} \rho_1 R^2 \int_0^h [f(z)]^2 dz \right) \quad (7)$$

$$\left(\frac{\nu_0}{\nu_h} \right)^2 = 1 + \frac{\varepsilon \rho_1 R \int_0^h [f(z)]^2 dz}{5 \rho_g a \int_0^H [f(z)]^2 dz} \quad (8)$$

其中： ν_0 为空杯共振频率， ν_h 为液面高度为 h 下的系统共振频率。

从而可以推出，对于旋转抛物面的杯子，共振频率 ν_h 与振幅 Δ_0 分别为：

$$\nu_h = \nu_0 \left(1 + \frac{\varepsilon \rho_1 R h^5}{5 \rho_g a H^5} \right)^{-1} \quad (9)$$

$$\Delta_0 = \frac{1}{2\pi\nu_0} \sqrt{\frac{8E}{\pi\rho_g RH}} \left(1 + \frac{\varepsilon \rho_1 R h^5}{5 \rho_g a H^5} \right)^{-1} \quad (10)$$

圆柱面的杯子的共振频率 ν_h 与振幅 Δ_0 分别为：

$$\nu_h = \nu_0 \left(1 + \frac{\varepsilon \rho_1 R h^4}{5 \rho_g a H^4} \right)^{-1} \quad (11)$$

$$\Delta_0 = \frac{1}{2\pi\nu_0} \sqrt{\frac{8E}{\pi\rho_g RH}} \left(1 + \frac{\varepsilon \rho_1 R h^4}{5 \rho_g a H^4} \right)^{-1} \quad (12)$$

2 实验研究

选用抛物面形和圆柱面形两种不同形状玻璃杯，通过改变容器中液体高度和粘度系数分析各主要控制参数对容器共振规律的影响。利用 50VA 扬声器及功放设备作为信号源，SDG1020 频率发生器用于调节发声频率，VM99 双光栅微弱振动测量仪与 SDS1062D 数字示波器用于瞬态信号采集并用于判断共振频率和测量共振振幅，实验设

备实物照片见图 1。



图 1 实验装置实物照片

微弱振动测量仪是物理实验教学中测量音叉振动幅度的常见仪器，一般采用两片完全相同的光栅平行紧贴，一片静止固定在底座上，另一片固定在音叉上随音叉振动而上下运动，通过两者相同运动产生多普勒频移效应测量音叉相对位移^[10]。为测量杯子振动的微振幅，对传统的微弱振动测量仪进行改进，将原本安装在音叉振动幅度最大一端的光栅拆下安装至玻璃杯杯口的位置，使其与静止光栅平行。当玻璃杯接受到扬声器发出的基于共振频率的声波时，玻璃杯上粘着的光栅将会相对于静止光栅运动，此时令一束激光光束通过这样的双光栅，移动光栅由于多普勒效应产生了频移光，而静止光栅产生非频移光。这两束光叠加形成光拍，通过光电检测器测量差频信号，就可以精确测定微弱振动的位移，此位移与示波器中显现的光拍中包含的波峰数成正比。

为确定固有频率的大致范围，用木棍敲击玻璃杯上部，利用装置采集声波，通过 Cool Edit 软件对其进行频谱分析，其中能量分布最为集中的频率范围即为固有频率的大致范围。在此基础上利用双光栅法进行精确测量：即在该频率附近，调节频率发生器频率，找到在 0.1Hz 的精度下能使玻璃杯振动幅度最大的频率，即为此种情况下的振动频率。为了避免所测共振是由二次谐波引

起的, 对该频率的 1/2, 1/3 等的频率及其倍频进行实验研究, 实验结果表明, 只有当扬声器发出的声音在该频率上有显著分布的时候, 玻璃杯才会发生共振, 从而排除了出现二次谐波的可能性。

玻璃杯共振振幅, 可以直接通过双光栅法测得, 其与示波器中显现的光拍中包含的波峰数成正比。而玻璃杯处的声强测量, 也可以通过在玻璃杯附近的收声器收声, 在 Cool Edit 中频谱分析, 求得在该共振频率下的声强分布。

基于以上实验技术, 系统开展了不同玻璃杯中液面高度玻璃杯中液体粘滞系数、声强, 以及杯子的形状等参数对共振频率和振幅影响的实验研究。

3 实验结果分析

3.1 旋转抛物面酒杯

3.1.1 水面高度对共振频率的影响

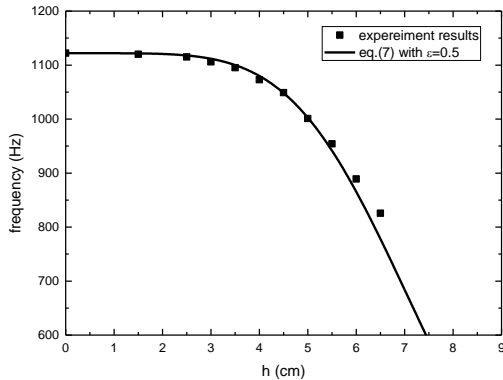


图 2 共振频率随水面高度变化规律实验值与理论曲线对比

为研究水面高度对共振频率的影响, 测量不同水面高度时系统的共振频率, 实验结果与方程(9)对比见图 2, 其中 $\nu_0 = 1122\text{Hz}$, $\rho_1 = 1\text{g/cm}^3$, $\rho_g = 2.5\text{g/cm}^3$, $R = 69.744\text{mm}$, $a = 1.903\text{mm}$, $H = 82.6\text{mm}$, 拟合所得系数 $\varepsilon = 0.5$, 方程(9)与实验数据吻合较好。

3.1.2 不同水面高度与声强对振幅的影响

在双光栅法测量振幅的方法中, 振幅测量可

以转化为对半包络周期内波峰个数 n_λ 测量^[11]。液面高度 2.50cm 到 4.50cm 范围内所对应的声强级 L_l 与半个包络周期内波峰个数实验结果见图 3。实验结果表明, 水面高度越高, 所对应的半周期波数就越小, 即在相同声强下振幅越小。相同水面高度的实验结果则表明声强越大所对应的振幅就越大。

根据系统振动总能量 E 与声强级 L_l 之间的关系, 有:

$$L_l = 10 \times \lg \frac{I}{I_0} = 10 \times \lg \frac{E}{E_0} \quad (13)$$

其中: 声强级 L_l 的单位为 (dB), I 为声强, I_0 为基准声强, E_0 为基准能量。

由于 n_λ 与 Δ_0 成线性正比关系, 将(13)式带入(10)式则有:

$$n_\lambda = C(h)(\sqrt{10})^{\frac{L_l}{10}} \quad (14)$$

其中: $C(h)$ 为仅仅与液面高度 h 有关的系数。根据图 3 的实验数据, 对方程(14)进行拟合, 可得在液面高度 h 分别为 2.50cm、3.00cm、3.50cm、4.00cm 和 4.50cm 时, 系数 $C(h)$ 分别为 35.0109、32.9623、29.5298、26.4855 和 22.4311。

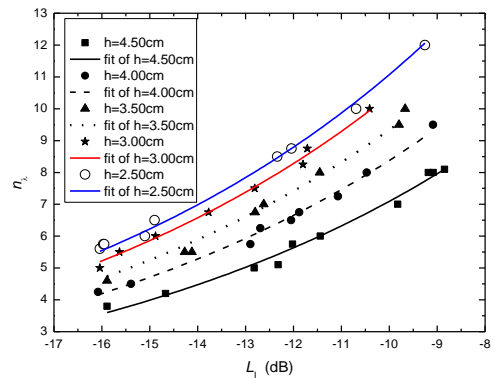


图 3 不同水面高度振幅随声强级变化规律实验结果与拟合曲线对比

为消除液面高度 h 影响, 引入相对声强级和相对振幅的概念, 两者之间具有如下关系:

$$L_{r1} - L_{r2} = 20 \lg \left(\frac{\Delta_1}{\Delta_2} \right) \quad (15)$$

方程(15)与实验数据对比见图 4, 两者能较好的吻合。

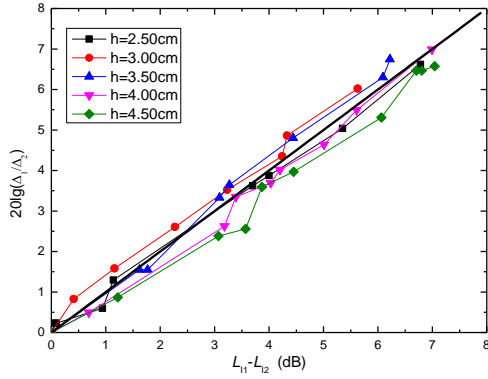


图 4 相对声强级与振幅实验结果与理论值对比

3.1.3 粘滞系数对共振频率和振幅的影响

相同密度不同粘滞系数的液体, 在相同液面高度下共振频率及振幅的实验结果如表 1所示, 在本实验所选用的粘滞系数范围内, 共振频率和振幅相差不大, 即粘滞系数对共振的影响可以忽略。

表 1 粘滞系数对共振频率及振幅的影响实验数据

液体种类	粘滞系数(Pa·s)	共振频率(Hz)	声强级(dB)	半周期波数
鸡蛋清	1.01×10^{-3}	1047	-8.442	8.5
水+糖	5.8×10^{-2}	1047	-8.401	8.5
蓖麻油	0.97	1013	-9.191	6.0
水+酒精	1.19×10^{-3}	1013	-9.121	6.0

3.2 圆柱面酒杯

为研究容器形状对共振规律的影响, 选择圆柱面酒杯开展了相同的共振实验研究, 限于篇幅, 本文中只给出液面高度对共振频率影响以及不同液面高度下声强对振幅影响的实验结果。图 5为不同液面高度的共振频率实验结果, 并给出利用方程(11)以及参数 $a = 1.720\text{mm}$, $\rho_l = 1\text{g/cm}^3$, $\rho_g = 2.5\text{g/cm}^3$, $R = 54.703\text{mm}$, $H = 14.66\text{cm}$, $\nu_0 = 1815\text{Hz}$ 拟合所得结果, 其中拟合系数

$\varepsilon = 0.3$, 拟合值与实验结果吻合较好。图 6为利用方程(15)所示的声强级与振幅关系与实验结果对比, 其变化规律也与抛物线杯子相同, 能较好的与方程(12)吻合。研究结果表明容器形状对共振规律的影响可以通过在方程(7)和(8)中引入振幅系数 $f(z)$ 来体现, 同时也表明方程(7)和(8)具有一定普适性, 其对共振频率和振幅的预测可以较好的推广到其他形状的容器。

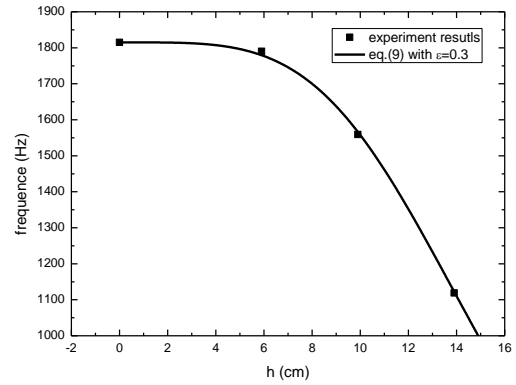


图 5 圆柱面酒杯共振频率随水面高度变化规律实验结果与理论曲线对比

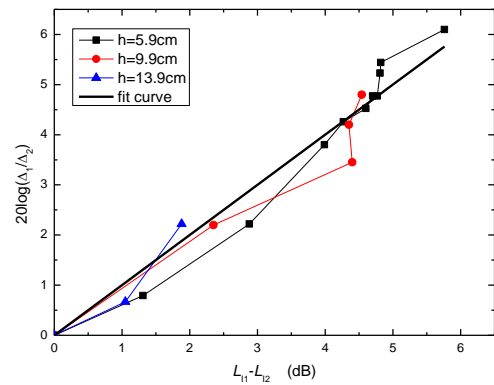


图 6 圆柱面酒杯相对声强级与振幅实验结果与理论值对比

4 结论

本文提出一种改进的双光栅测量共振参数的实验技术, 针对部分充满液体容器在外界激励下强迫振动问题, 利用简单实验设备即可方便准确地测量共振频率和振幅等参数, 系统开展了实验研究, 分析了主要控制参数对共振频率和振幅的影响, 取得了如下主要结论:

- 4) 本文所提出的改进的双光栅法能方便的用于充液容器共振频率和振幅的精确测量;
- 5) 现有的 French 共振模型与实验结果较好吻合,验证了实验结果的科学合理性。研究成果可推广至工程应用,以进行充液容器的共振参数计算和结构设计;
- 6) 容器形状不同给共振规律带来的影响可以通过修改振幅系数来描述,因此本文研究结论可推广至其他形状的容器共振现象分析。

参考文献

- [1] 胡龙根. 理论力学(下)[M]. 同济大学出版社, 2003: 521-527.
- [2] 李若澜,李若飞. 共振应用中的危害与防治[J]. 产业与科技论坛,2015,14(19):53-54.
- [3] 刘泽民.关于船舱中液体晃动问题 [J]. 哈尔滨船舶工程学院学报.1992, 13(3):241-249.
- [4] 王新虎,冯耀荣. 海底输油管道断裂原因分析 [J].金属热处理. 2007, 32(z1): 217-220.
- [5] 刘峻伸,吴明, 李少鹏等. 干线石油管道振动的 ANSYS 分析 [J].管道技术与设备.2011(2):16-19.
- [6] 杨鹏 ,顾学康,丁军等. 大型油船和散货船波激振动及其对结构疲劳寿命的影响 [J].船舶力学. 2016, 20(10):1320-1329.
- [7] A. P. French. In *Vino Veritas: A study of wineglass acoustics* [J].*American Journal of Physics*. 1983, 51(8):668-694.
- [8] Jundt G, Radu A, Fort E, et al. Vibrational modes of partly filled wine glasses[J]. *Journal of the Acoustical Society of America*, 2006, 40(6):3793-3798.
- [9] Rayleigh J W S B, Lindsay R B. *The theory of sound*[M]. Dover Publications, 1945.
- [10] 范菁津, 邱文杰, 郑志远.双光栅测量微弱振动位移量的实验研究 [J].大学物理实验. 2017, 30(2):41-43