

# · 利用激光三角法测量钢丝的弹性模量 ·

2022年全国高等学校大学物理实验教学研究会

重庆大学物理实验中心--郑雪丽

zhengxueli0315@cqu.edu.cn

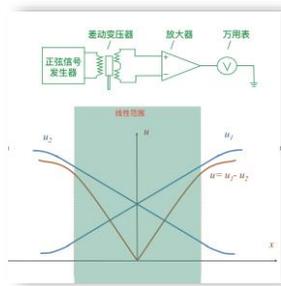
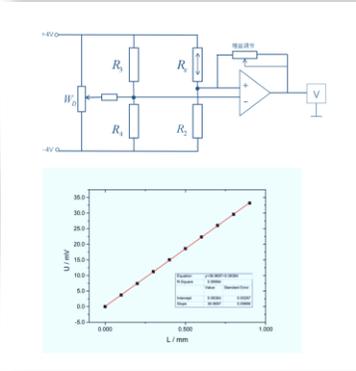
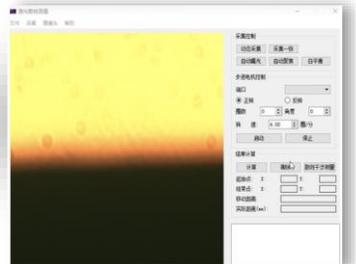
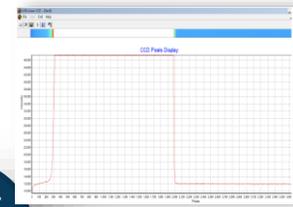
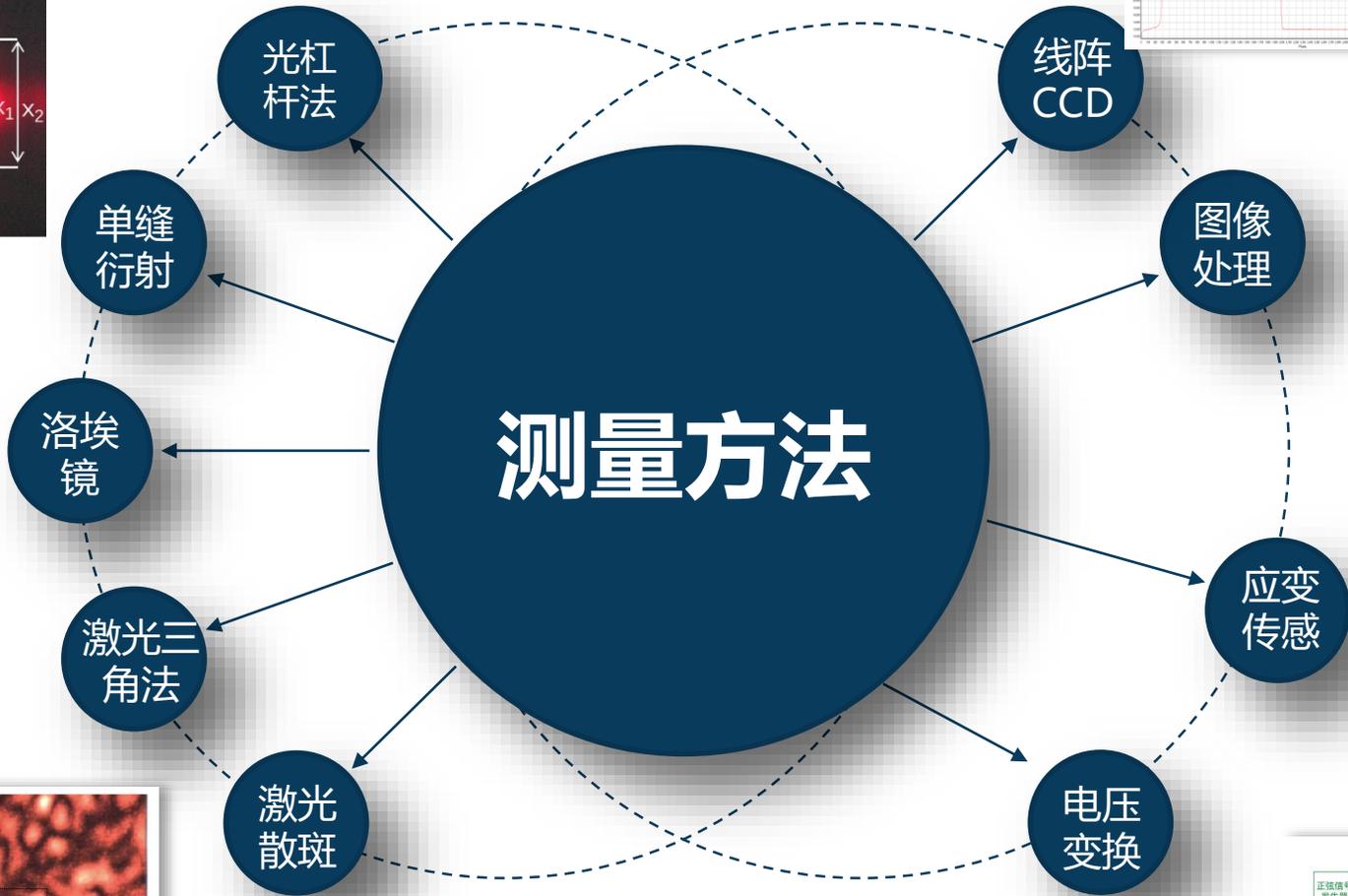
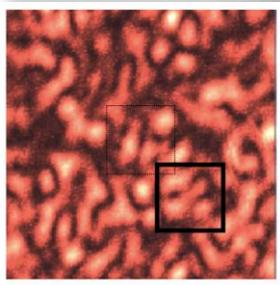
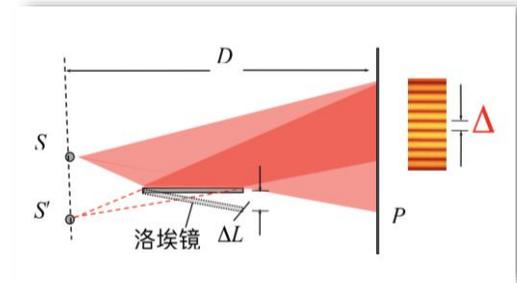
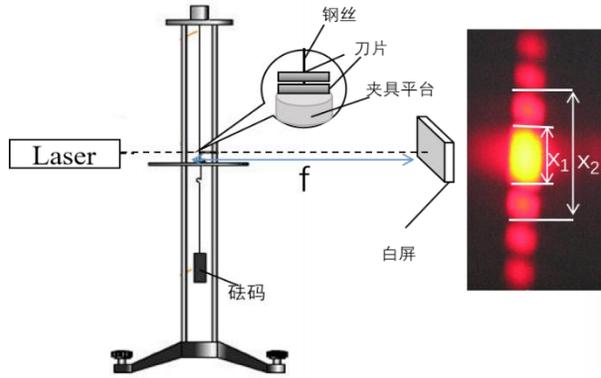
# CONTENTS

## 目录

- 1 研究背景
- 2 总体方案设计
- 3 实验原理
- 4 实验测量与数据分析
- 5 总结

Part.01

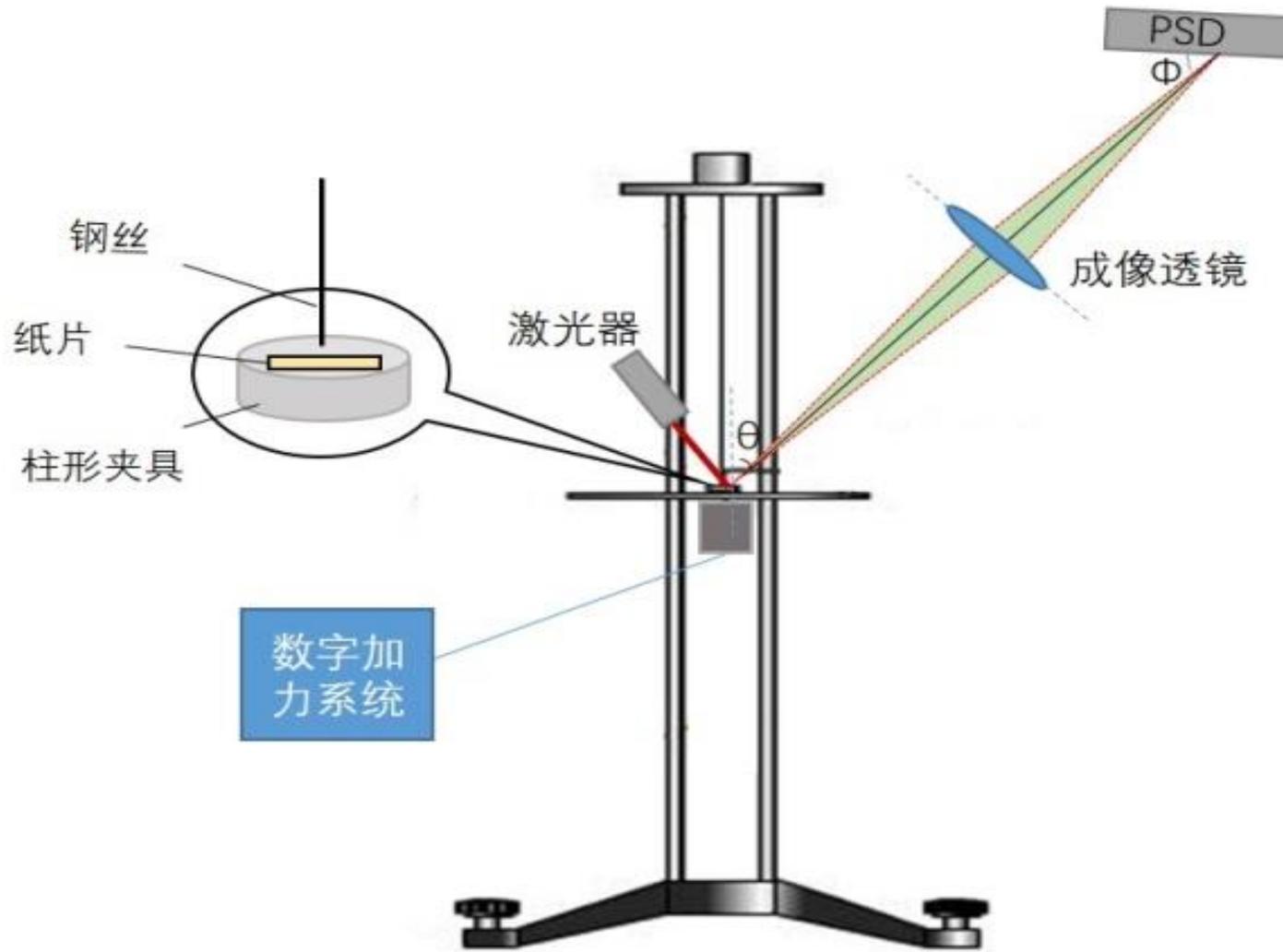
# 研究背景



# 激光三角法

Part.02

# 总体方案设计



1. 数字加力系统
2. 激光三角光路
3. 精密PSD器件

Part.03

# 实验原理

## 什么是固体杨氏模量?

杨氏模量是描述固体材料**抵抗形变能力**的物理量，是材料的**固有属性**，该值越大，材料越不容易变形。是工程技术中的重要参数。

假设一根横截面积为A,长为L的钢丝,在大小为F 的力的拉压下,伸长了 $\Delta L$ 则:



$$\frac{\Delta L}{L} \quad \text{:伸长应变}$$

$$\frac{F}{A} \quad \text{:外应力}$$

根据胡克定律：在弹性限度内，伸长应变与外应力成正比

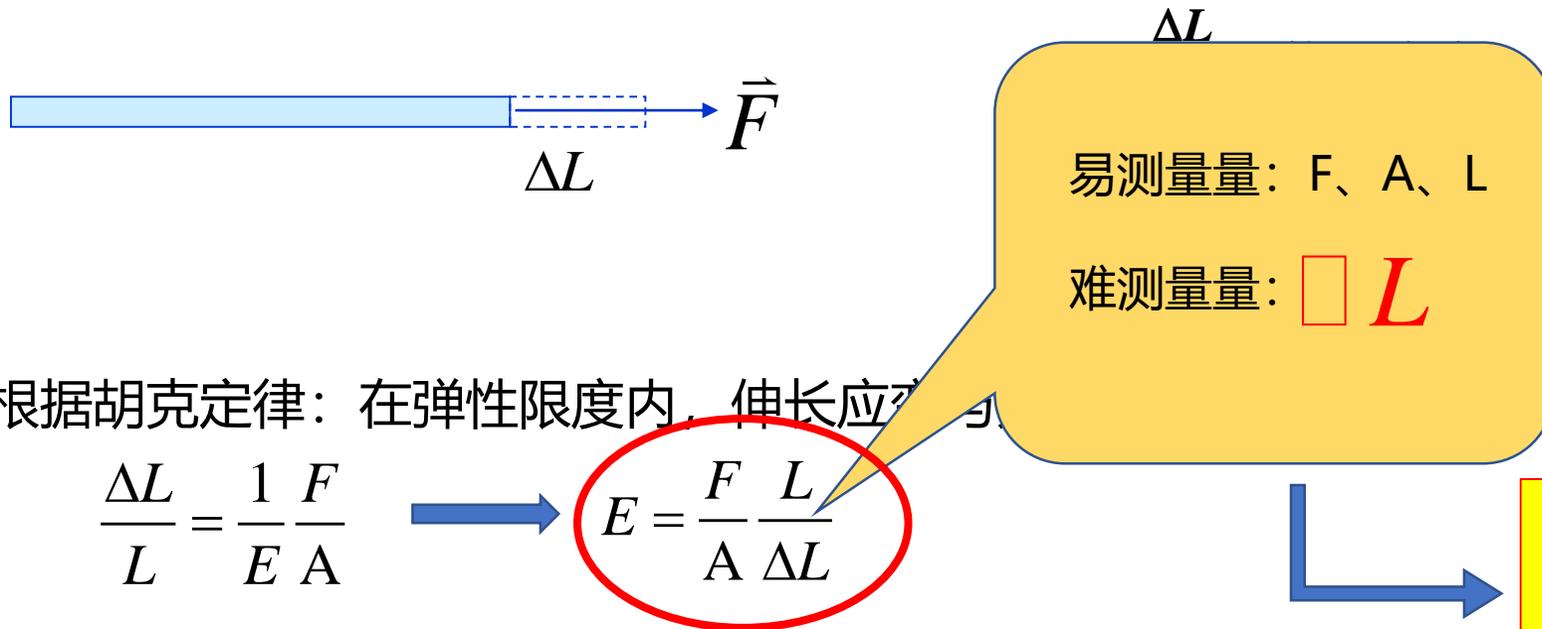
$$\frac{\Delta L}{L} = \frac{1}{E} \frac{F}{A} \quad \longrightarrow \quad E = \frac{F}{A} \frac{L}{\Delta L}$$

E为弹性模量，表示该材料伸长应变为1时，单位面积所受的力。单位为  $N/m^2$  (即Pa)

## 什么是固体杨氏模量?

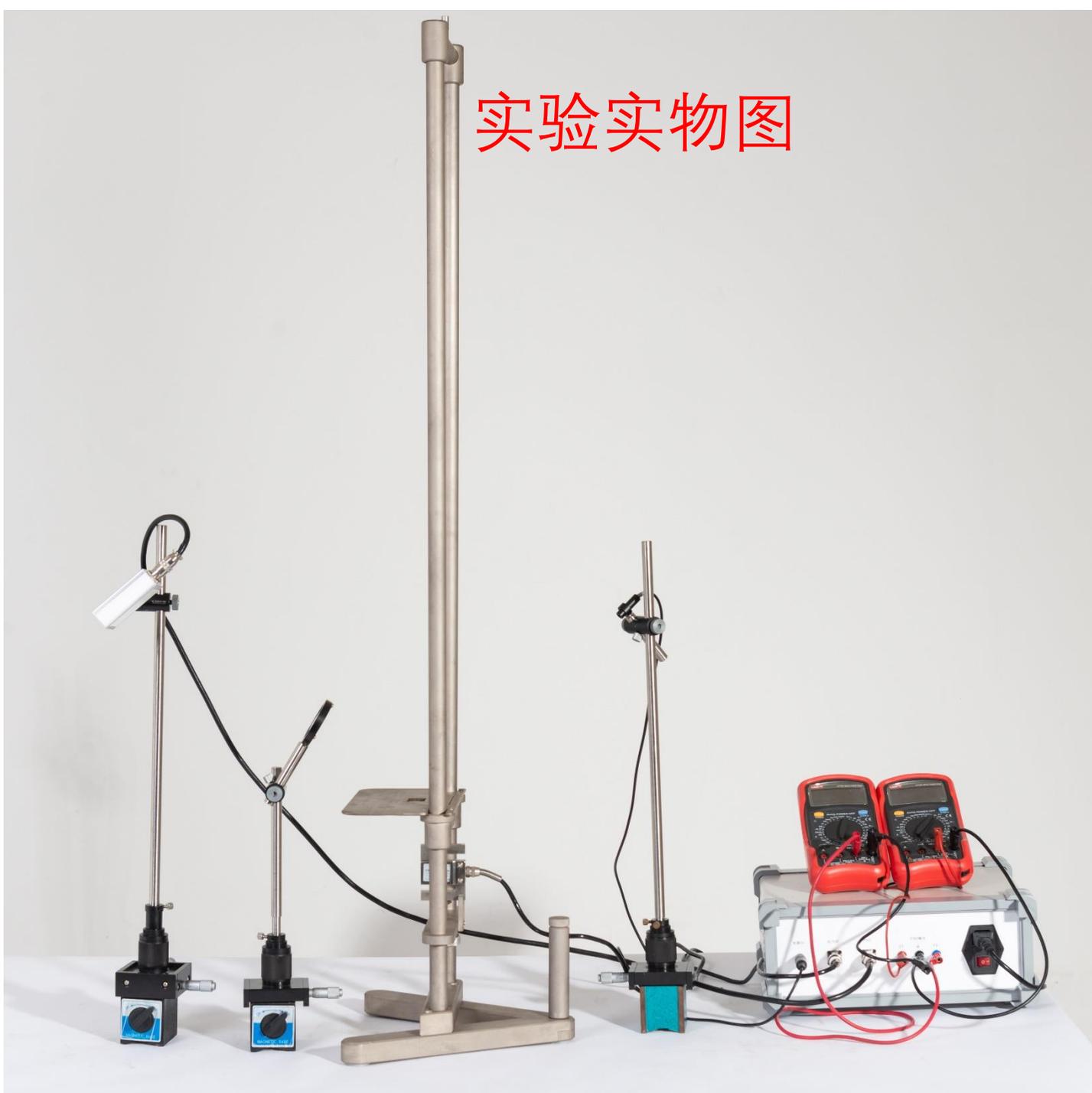
杨氏模量是描述固体材料抵抗形变能力的物理量，是材料的固有属性，该值越大，材料越不容易变形。是工程技术中的重要参数。

假设一根横截面积为A,长为L的钢丝,在大小为F 的力的拉压下,伸长了 $\Delta L$ 则:

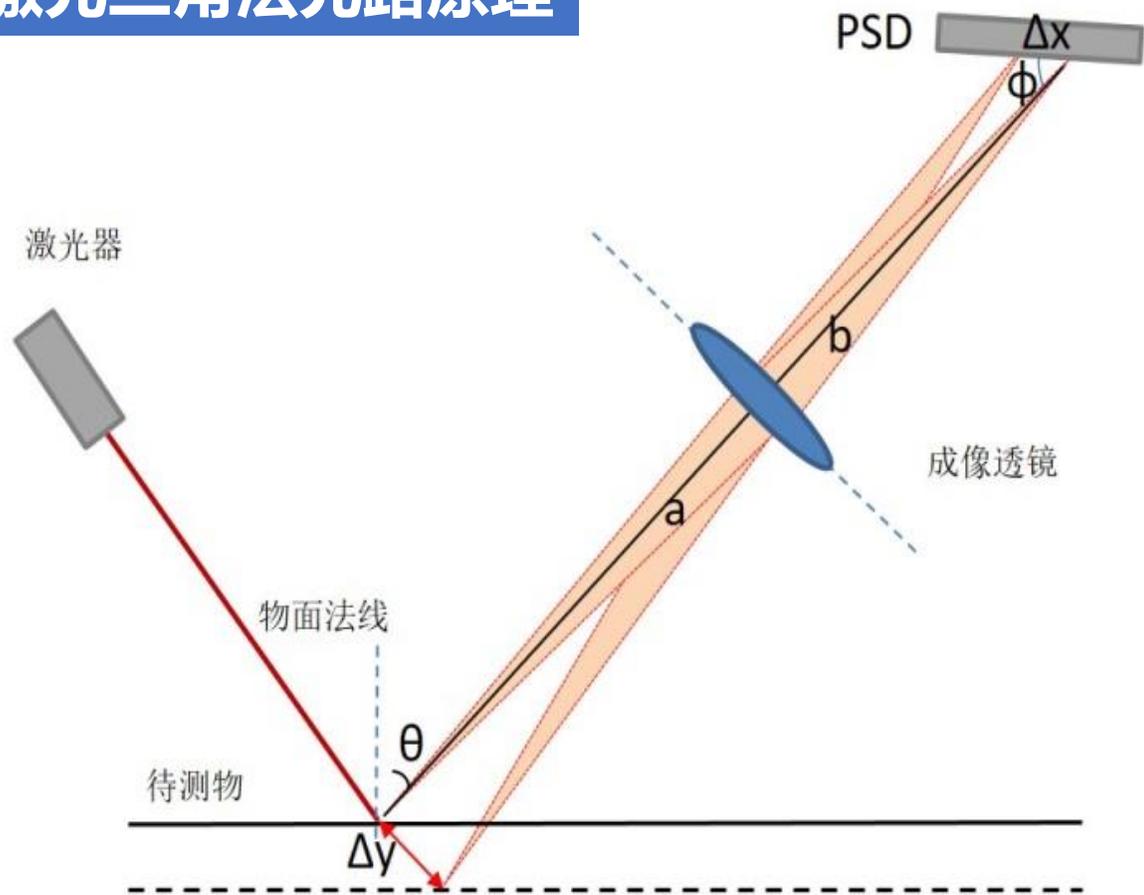


$E$ 为弹性模量, 表示该材料伸长应变为1时, 单位面积所受的力。单位为  $N/m^2$  (即Pa)

# 实验实物图



## 激光三角法光路原理



斜射式激光三角法光路图

$$E = \frac{FL}{S \Delta L}$$

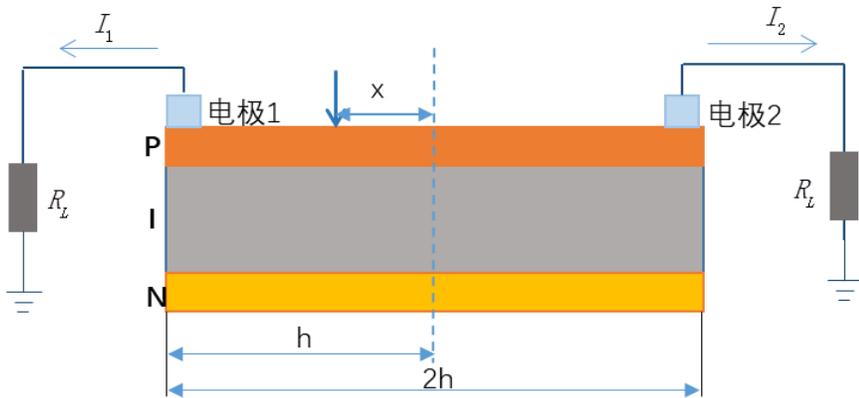
$$\Delta L = \Delta y \tan \theta$$

$$= \frac{a \Delta x \sin \phi}{b \sin \theta + \Delta x \sin(\theta + \phi)} \cdot \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$$

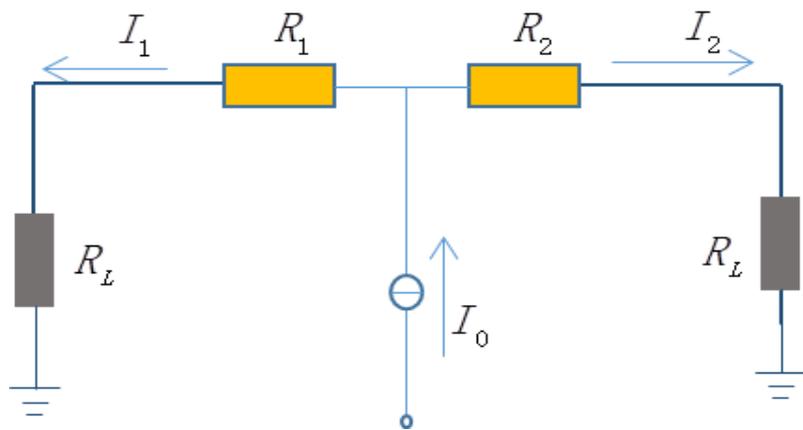
$$\approx \frac{a \Delta x \sin \phi}{b \cos \theta}$$

$$E = \frac{FLb \cos \theta}{Sa \Delta x \sin \phi}$$

## PSD位移传感器原理



(1) 一维结构图

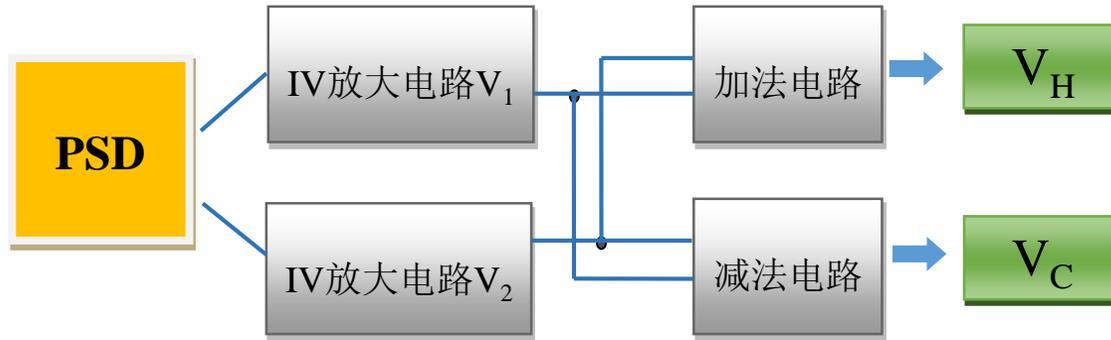


(2) 等效电路

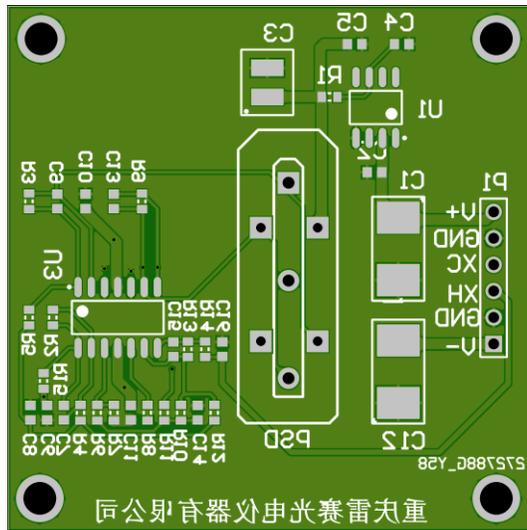
$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{R_2}{R_1} = \frac{h+x}{h-x}$$

$R_1$ ,  $R_2$ 分别为入射光斑与电极1、电极2之间的等效电阻,  
 $h$ 为PSD器件长度的1/2,  $x$ 为入射光点到PSD几何中心的距离

$$x = h \frac{I_1 - I_2}{I_2 + I_1}$$



PSD电路框图



$$x = h \frac{I_1 - I_2}{I_2 + I_1}$$

$$x = h \frac{V_C}{V_H}$$

$$\Delta x = h \left( \frac{V_C'}{V_H'} - \frac{V_C}{V_H} \right)$$

$$E = \frac{FLb \cos \theta}{Sa \Delta x \sin \phi}$$

Part.04

# 实验测量与数据分析

## 实验仪器

**光敏面长度为15mm的PSD、LSYM-I 开放式多层次杨氏模量实验平台、卷尺、螺旋测微计、万用表2个、f100凸透镜**

## 实验步骤

- 1) 打开弹性模量测量仪系统电源，调节系统，使施加在钢丝上的载荷为2kg；
- 2) 选用焦距 $f=100\text{mm}$ 的聚焦凸透镜，打开激光器按光路图调整光路；
- 3) 调节光路时，使物距等于像距，即 $a=b=200\text{mm}$ ；
- 4) 打开PSD电源和万用表，将钢丝上载荷从2.000kg增加到17.000kg，用万用表测量并记录输出电压 $V_H$ ， $V_C$ ；
- 5) 将钢丝上的载荷从17.000kg减少到2.000kg，用万用表测量并记录输出电压 $V_H$ ， $V_C$ 。

載荷/kg	V <sub>H</sub> /mV	V <sub>C</sub> /mV	載荷/kg	V <sub>H</sub> /mV	V <sub>C</sub> /mV
2.000	324.1	43.5	17.000	358.0	-9.0
3.000	327.2	40.5	16.000	357.4	-5.7
4.000	330.3	37.3	15.000	356.5	-0.4
5.000	333.3	34.3	14.000	355.5	3.2
6.000	336.4	31.1	13.000	353.9	7.1
7.000	340.0	27.0	12.000	351.2	11.2
8.000	341.5	23.6	11.000	349.3	14.8
9.000	343.5	19.5	10.000	347.3	17.6
10.000	346.4	16.3	9.000	345.3	20.8
11.000	349.8	14.1	8.000	342.2	24.0
12.000	351.9	11.4	7.000	339.3	26.8
13.000	353.6	8.2	6.000	336.7	30.3
14.000	355.6	4.4	5.000	333.7	33.6
15.000	357.5	0.3	4.000	330.8	37.0
16.000	358.5	-3.8	3.000	327.5	40.4
17.000	359.8	-8.0	2.000	324.1	43.5

$$\Delta x = h \left( \frac{V'_C}{V'_H} - \frac{V_C}{V_H} \right)$$



載荷/kg	Δx/mm
1.000	0.080
2.000	0.164
3.000	0.243
4.000	0.322
5.000	0.413
6.000	0.484
7.000	0.568
8.000	0.640
9.000	0.697
10.000	0.766
11.000	0.844
12.000	0.926
13.000	1.008
14.000	1.106
15.000	1.184

载荷/kg	$\Delta x/\text{mm}$
1.000	0.080
2.000	0.164
3.000	0.243
4.000	0.322
5.000	0.413
6.000	0.484
7.000	0.568
8.000	0.640
9.000	0.697
10.000	0.766
11.000	0.844
12.000	0.926
13.000	1.008
14.000	1.106
15.000	1.184

最小二乘法

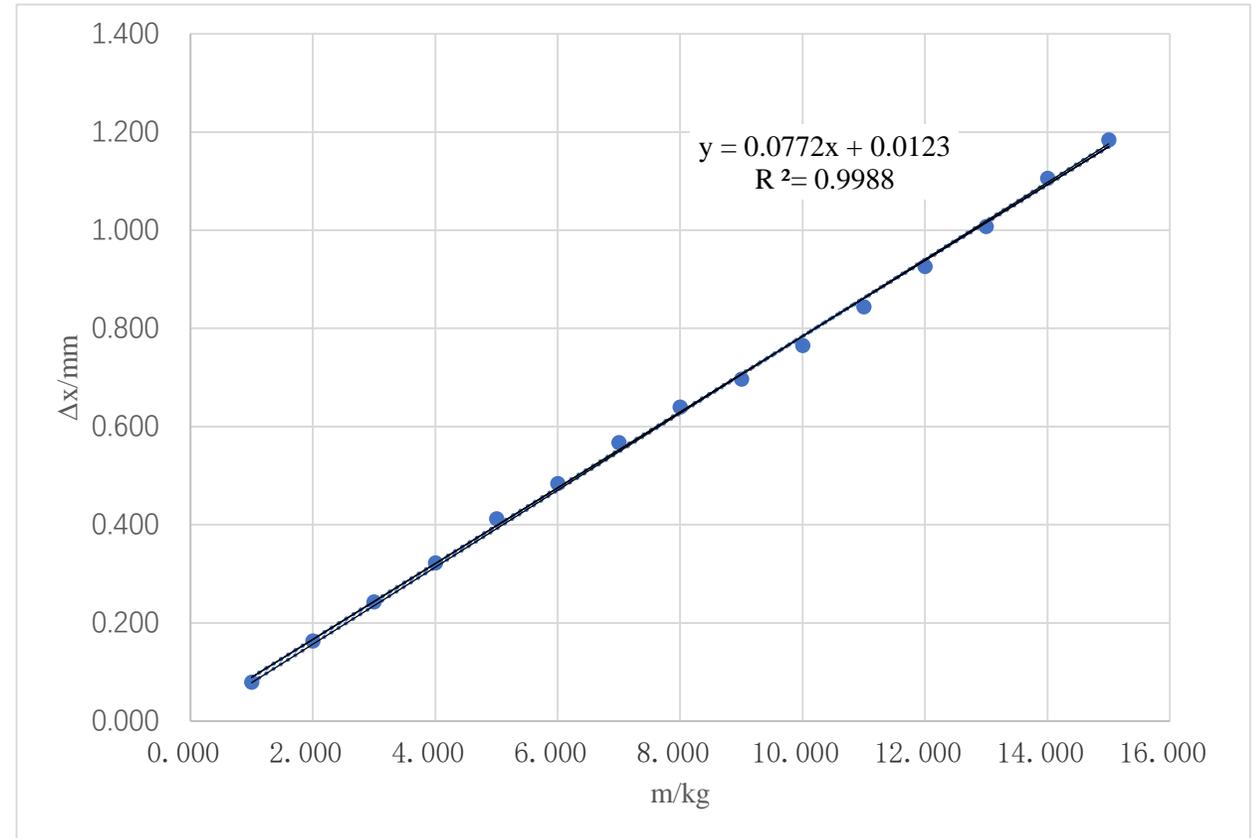


图5  $\Delta x$ -m线性拟合图

$$E = \frac{4gL}{\pi d^2 k} = 1.94 \times 10^{11} \text{ N/m}^2$$

$$\sigma_k = \frac{\sigma_{\Delta x}}{\sqrt{n[\overline{m^2} - (\overline{m})^2]}} = \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^n (\Delta x_i - km - b)^2}}{\sqrt{n(n-2)[\overline{m^2} - (\overline{m})^2]}} = 0.00076 \text{ mm/kg}$$

$$U_L = \sqrt{\Delta_{\text{估}}^2 + \Delta_{\text{仪}}^2} = \sqrt{0.5^2 + 0.5^2} = 0.7 \text{ mm}$$

$$U_d = \sqrt{\Delta_{\text{估}}^2 + \Delta_{\text{仪}}^2} = \sqrt{0.001^2 + 0.004^2} = 0.005 \text{ mm}$$

$$U_E = E \sqrt{\left(\frac{U_L}{L}\right)^2 + \left(\frac{U_k}{k}\right)^2 + \left(\frac{2U_d}{d}\right)^2} = 0.04 \times 10^{11} \text{ N/m}^2$$

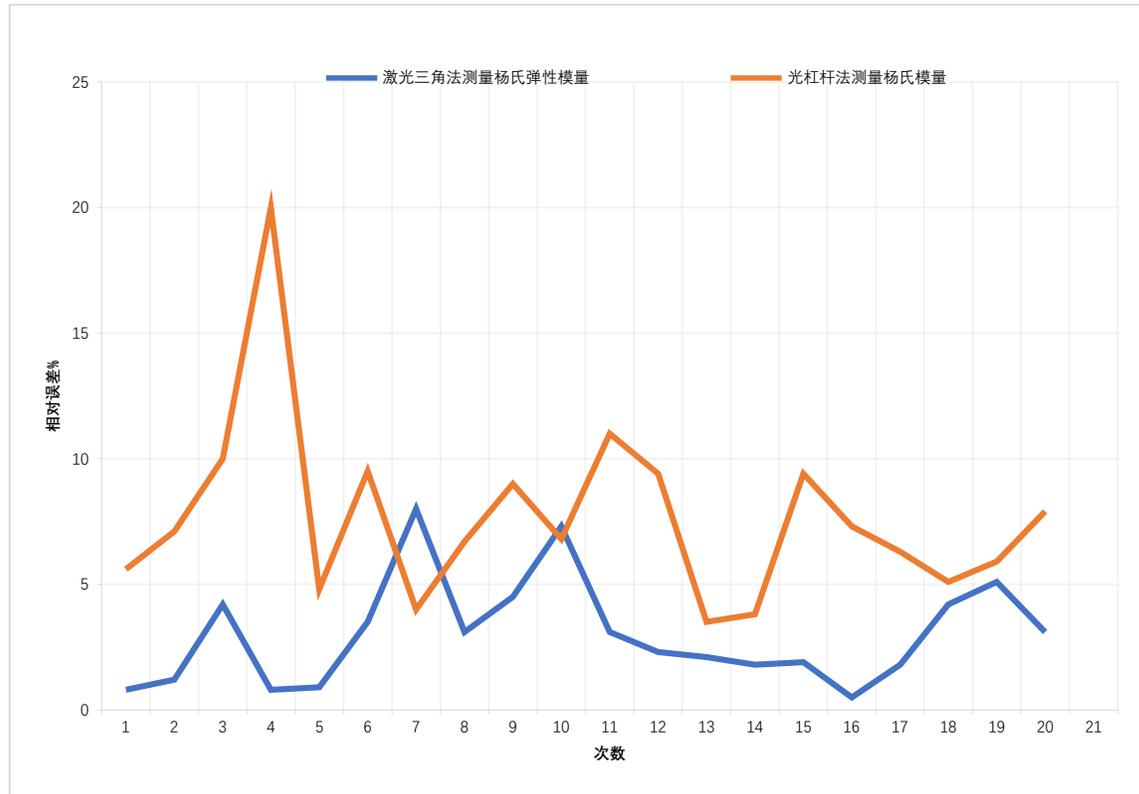
$$E = (1.94 \pm 0.04) \times 10^{11} \text{ N/m}^2, E_r = 3.5\%$$

## 误差来源

- 1) 在钢丝伸长过程中，物像各点可能没有严格满足物像关系；
- 2) 由于凸透镜放置的位置、角度不合适，导致像在移动时，其中心位置和PSD中心没有完全重合；
- 3) 透镜成像畸变；
- 4) 测量钢丝直径和有效长度时引入的测量误差；
- 5) 测量系统中光源、载荷、夹具的稳定性不够；
- 6) 背景光的影响。

Part.05

总结



## 激光三角法测量杨氏弹性模量：

- 1) 现代技术与经典实验相结合，
- 2) 光路简单、精度高、稳定性好，
- 3) 适用于普通物理实验课。
- 4) 非接触式测量，拓展应用于热膨胀测量，厚度测量，热形变等实验中。



谢谢!

## LSYM-I 开放式多层次杨氏模量实验平台



单缝衍射

劳埃干涉

应变传感

电压变换

激光三角

线阵CCD

图像处理

激光散斑

# 分类分层次教学方案

简化实验任务，给出完整的实验方案、部分实验指导资料；

例：单缝、干涉、传感、变压方案

## 2学时方案参考

探究式实验模式——学生自主查阅资料，设计实验方案，自主开展实验。  
(任务量据学时和学生基础调整)

## 3、4学时方案参考

深入研究两种实验方案

或

按基本要求循环开展4种实验方案

## 8学时方案参考

深入研究8种实验方案

或

其中部分方案加入学生自主设计（如形变核心部件，图像处理算法优化、激光散斑算法等）

## 32学时方案参考