

利用智能手机测量金属的杨氏模量

冯一帆, 胡琦珩, 杨 杰, 宋 伊, 李正天, 李啸越, 丁益民

(湖北大学 物理与电子科学学院, 湖北 武汉 430062)

摘 要: 将智能手机应用于金属杨氏模量的动态法测量中, 利用 Spectrum Analyzer 软件分析金属试样振动时发出的声波频率, 用内插法求出试样节点上的共振频率, 进而计算出金属试样的杨氏模量, 并将杨氏模量测量值与理论值作对比, 进一步论证了本实验方案的可行性.

关键词: 杨氏模量; 智能手机; 动态法; Spectrum Analyzer; 共振频率

中图分类号: O321 文献标识码: A 文章编号: 1005-4642(2018)12-0041-04

随着手机越来越智能化, 其强大的硬件、丰富的软件使其成为可随身携带的物理实验平台. 利用智能手机进行物理实验可以简化实验仪器, 优化实验数据, 提高实验结果的可信度, 是对传统物理实验方法的创新改进^[1-5]. 智能手机中的 Spectrum Analyzer 软件可以分析通过话筒接收的音频信号, 并在手机上通过图形显示出声波的强度和频率, 可以使手机成为简易的“示波器”. 本文就是利用智能手机代替实验室专用仪器进行金属的杨氏模量的测定, 提高了实验的便捷性.

1 实验原理

动态法测量金属杨氏模量是利用试样做常受迫振动时的幅频特征或相频特征进行的测量方法^[6]. 表面光滑、截面均匀、几何形状规则的细长圆棒试样在做横向振动, 当振动频率等于试样的固有频率时将产生共振现象, 振动幅值将达到极大. 根据牛顿第二定律, 此棒做横向弯曲自由振动时应满足下列动力学方程^[6]:

$$\frac{\partial^4 y}{\partial x^4} + \frac{\rho S}{EJ} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = 0, \quad (1)$$

式中的 y 为金属棒横向振动位移, x 为棒上任意一点纵向位置, ρ 为棒的密度, S 为棒的截面积, E 为杨氏模量, t 为时间变量, J 为棒的惯量矩 ($J = \int y^2 ds$). 用分离变量法求解该方程, 令 $y(x, t) = X(x)T(t)$ 代入(1)式得

$$\frac{1}{X} \frac{d^4 X}{dx^4} = -\frac{\rho S}{EJ} \frac{1}{T} \frac{d^2 T}{dt^2}. \quad (2)$$

(2)式两边分别是关于 x 和 t 的函数, 所以只有等式两边都等于同一常数时才成立, 设此常数为 K^4 , 则

$$\begin{aligned} \frac{d^4 X}{dx^4} - K^4 X &= 0, \\ \frac{d^2 T}{dt^2} + \frac{K^4 EJ}{\rho S} T &= 0. \end{aligned} \quad (3)$$

(3)式的通解为

$$\begin{cases} X(x) = B_1 \operatorname{ch}(kx) + B_2 \operatorname{sh}(kx) + B_3 \cos(kx) + \\ \quad B_4 \sin(kx), \\ T(t) = A \cos(\omega t + \phi), \end{cases} \quad (4)$$

于是得(1)式的通解为

$$y(x, t) = [B_1 \operatorname{ch}(kx) + B_2 \operatorname{sh}(kx) + B_3 \cos(kx) + B_4 \sin(kx)] A \cos(\omega t + \phi), \quad (5)$$

式中

$$\omega = \left(\frac{K^4 EJ}{\rho S} \right)^{\frac{1}{2}}. \quad (6)$$

(6)式称为频率公式. 如果试样的悬挂点在试样的节点附近, 此边界条件为自由端横向作用力 F 和弯矩 M 均为零, 即

$$\begin{aligned} F = -\frac{\partial M}{\partial X} = -EJ \frac{\partial^3 y}{\partial x^3} &= 0, \\ M = EJ \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} &= 0. \end{aligned} \quad (7)$$

收稿日期: 2017-09-11; 修改日期: 2017-10-21

作者简介: 冯一帆(1997-), 男, 湖北襄阳人, 湖北大学物理与电子科学学院 2015 级本科生.

通讯作者: 丁益民(1965-), 男, 湖北孝感人, 湖北大学物理与电子科学学院教授, 硕士, 主要从事物理课程与教学论、统计物理与复杂网络的研究.



故有

$$\begin{cases} \left. \frac{d^3 X}{dx^3} \right|_{x=0} = 0, \left. \frac{d^3 X}{dx^3} \right|_{x=L} = 0; \\ \left. \frac{d^2 X}{dx^2} \right|_{x=0} = 0, \left. \frac{d^2 X}{dx^2} \right|_{x=L} = 0. \end{cases} \quad (8)$$

将通解代入边界条件得 $\cos(KL) \cdot \operatorname{ch}(KL) = 1$, 用数值解法求得本征值 K 和棒长 L 应满足 $KL = 0, 4.730, 7.853, 10.996, 14.137 \dots$ 一般将 $KL = 4.730$ 所对应的频率称为基频频率.

试样在做基频振动时, 存在 2 个节点, 它们的位置距离端面分别为 $0.224L$ 和 $0.776L$. 将第一本征值 $K = 4.730/L$ 代入(6)式, 得

$$\omega = \left(\frac{4.730^4 EJ}{\rho L^4 S} \right)^{\frac{1}{2}}, \quad (9)$$

解出杨氏模量

$$E = 7.8870 \times 10^{-2} \frac{L^3 m}{J} f^2, \quad (10)$$

对于质量为 m 、直径为 d 的圆棒

$$J = \int y^2 ds = S \left(\frac{d}{4} \right)^2$$

得

$$E = 1.6067 \frac{L^3 m}{d^4} f^2. \quad (11)$$

所以在实验中只需测得圆棒质量 m 、长度 l 、直径 d 和基频 f , 代入式(11), 即可得到杨氏模量 E . 在试样上加上频率可变的机械振动信号, 当信号频率等于试样固有频率时试样发生共振, 便可找出试样的基频 f . 而当试样发生共振时, 试样发出的声响最大, 本文就是利用 Spectrum Analyzer 软件分析试样振动时的声波响度, 从而找出试样的基频 f , 进而求出试样的杨氏模量.

2 实验方法

2.1 实验器材及原理

实验装置如图 1 所示, 使用的器材包括 YW-2 型动态杨氏模量测试台、YW-2 型动态杨氏模量测试仪、装有 Spectrum Analyzer 的智能手机、导线、细线、铜棒等.

传统方法实验通过改变激振频率, 在动态杨氏模量测试仪上读出示波器峰值对应的频率找出试样共振频率. 本实验通过改变激振频率, 利用 Spectrum Analyzer 软件(如图 2 所示), 直接在手机上读出最大峰对应的频率找出试样共振频率. 改变支撑点位置, 记录下不同点共振频率, 通过内

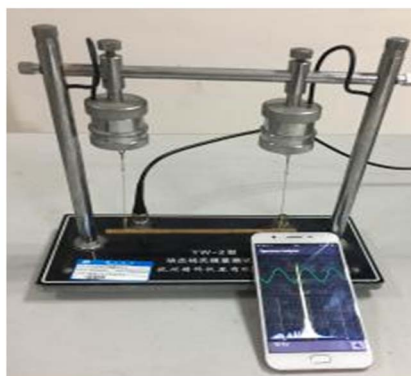


图 1 实验装置图

插法找出节点处共振频率, 再利用圆棒杨氏模量计算公式算出杨氏模量.



图 2 Spectrum Analyzer 软件界面

2.2 实验步骤

1) 用米尺测得试样棒的长度 L , 用千分尺测得试样棒的直径 d , 用电子天平测得试样棒的质量 m .

2) 将试样棒悬挂好, 对称悬挂并保持试样水平.

3) 将测试台输入端与信号发生器相连, 手机麦克风靠近并对准悬点, 并将仪器调试到正常工作状态.

4) 从试样棒节点开始, 两悬点同时向中间或向外移动, 向中间移动距离记为负值, 向外移动距离记为正值, 每次移动 5 mm 测量共振频率. 测量共振频率时, 调节信号发生器输出频率, 先粗调后细调, 当手机上图形峰值达到最大附近时, 快速多次截屏, 找出峰值最大时软件显示的频率, 即为共振频率.

5)用 Origin 软件对实验数据进行拟合,以悬点位置为横轴,共振频率为纵轴,分析拟合曲线,得出试样节点上的共振频率.

6)将以上测量数据代入(11)式,计算试样棒的杨氏模量.

3 数据处理及分析

实验中对圆柱形铜棒进行了测量,分别记录了 7 个不同悬点的共振频率,得到实验数据如表 1 和表 2 所示.

表 1 铜棒长度 L 、直径 d 、质量 m 记录

| n | L/cm | d/mm | m/g |
|-----|--------|--------|--------|
| 1 | 16.02 | 5.892 | 36.897 |
| 2 | 16.00 | 5.919 | 36.896 |
| 3 | 16.00 | 5.912 | 36.895 |
| 4 | 16.04 | 5.919 | 36.896 |
| 5 | 16.00 | 5.900 | 36.896 |
| 6 | 16.04 | 5.889 | 36.895 |

表 2 不同悬点处铜棒的共振频率

| x/cm | f/Hz |
|--------|--------|
| -2.0 | 723 |
| -1.5 | 723 |
| -1.0 | 722 |
| -0.5 | 722 |
| 0.5 | 722 |
| 1.0 | 723 |
| 1.5 | 723 |
| 2.0 | 724 |

用 Origin 软件对实验数据进行拟合,以悬点位置为横轴,共振频率为纵轴,得到的图像如图 3 所示.从图 3 中得出曲线在 $x=0$ cm 时 $y=722$ Hz,即节点处铜棒的共振频率为 722 Hz.将所得数据代入(11)式,得到所测铜棒的杨氏模量 $E=10.45 \times 10^{10}$ Pa,计算其不确定度得 $E=(10.45 \pm 0.04) \times 10^{10}$ Pa.铜棒的杨氏模量参考范围为 $10.3 \times 10^{10} \sim 12.7 \times 10^{10}$ Pa^[7],实验所测结果在该范围内,由此可见利用智能手机和 Spectrum

Analyzer 软件测量金属的杨氏模量的方法是可行的.

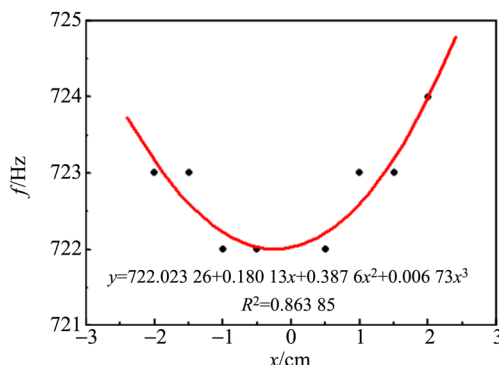


图 3 不同悬点铜棒的共振频率拟合曲线图

4 结束语

在动态法测量金属的杨氏模量的实验中,将智能手机运用于实验中不仅增加了实验的可操作性和趣味性,而且还可以简化实验仪器,降低传统实验方法的仪器成本,同时减小了实验操作的难度.将智能手机及 APP 软件运用于物理实验教学中可培养学生发散性思维.

参考文献:

- [1] 张振.巧用智能手机做物理实验[J].物理通报,2013,32(11):72-75.
- [2] 欧剑雄.智能手机在多普勒效应实验中的应用[J].物理实验,2015,35(11):13-16.
- [3] 胡琦珩,丁益民,李正天,等.利用智能手机研究气垫导轨上的阻尼振动[J].物理通报,2017,36(7):70-72.
- [4] 胡琦珩,丁益民.利用智能手机测重力加速度[J].物理实验,2017,37(8):14-16.
- [5] 林春丹,葛运通,成君宝,等.巧用智能手机做偏振光实验和超重失重实验[J].物理实验,2017,37(9):16-19.
- [6] 吴明阳,朱祥.动态法测金属杨氏模量的理论研究[J].大学物理,2015,28(3):29-32.
- [7] 丁益民,徐扬子.大学物理实验(基础与综合部分)[M].北京:科学出版社,2008:147-152.

Measuring the Young Modulus of metal with a smart phone

FENG Yi-fan, HU Qi-heng, YANG Jie, SONG Yi,
LI Zheng-tian, LI Xiao-yue, DING Yi-min

(Faculty of Physics and Electronic Technology, Hubei University, Wuhan 430062, China)

Abstract: This paper applied smart phones to the dynamic measurement of Young modulus of metal experiments. Using Spectrum Analyzer software analyzed the frequency of sound emitted by a metal sample when it vibrated, and calculated the resonance frequency of the sample node by interpolation method. Then we compared the Young modulus measurement value with the theoretical value, the credibility of the experimental scheme can be further demonstrated.

Key words: Young modulus; smart phone; dynamic method; Spectrum Analyzer

[责任编辑:郭 伟]

(上接第 37 页)

Micro SSTC tip discharge and application demonstrator

WU Qing-zhou, WANG Tao

(College of Zijin, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing 210023, China)

Abstract: the demonstration instrument for discharge of the tip of Tesla coil is a high voltage discharge teaching demonstrator based on the principle of RLC series resonance. The instrument can be four parts to carry on the demonstration, the phenomenon of point discharge arc fluorescent lamp demonstration, music across the empty light demonstration and demonstration of wireless power transmission. The device adopts modular design, which is visual and safe to use. The instrument can be used as a physical experimental science teaching resources, teaching demonstration for fun, and it contains the knowledge of physics, electromagnetics and other rich plasma can also stimulate the interest of students, promote students to learning.

Key words: RLC series resonant; Tesla coil; point discharge

[责任编辑:任德香]

(上接第 40 页)

To achieve information transmission and re-read by acousto-optic effect

YANG Ning, HAN Zhao-kun, TIAN Meng,
ZHAO Ke-qing, ZHANG Zeng-ming, TAO Xiao-ping

(School of Physical Sciences, University of Science and Technology of China, Hefei 230026, China)

Abstract: We use acousto-optic effect to transmit sound signals through modulated lasers. In the experiment, the amplitude modulation circuit is used to load the electrical signal of the sound on the high frequency signal, and the signal drives the ultrasonic transducer to vibrate. Ultrasonic effect in the laser incident sound and light medium to produce sound and light effect of the laser to produce the corresponding diffraction. The intensity of the diffracted spot varies synchronously with the sound signal, and the photodetector generates the corresponding voltage by detecting the diffracted light intensity. After the processing of the output voltage signal, the sound signal can be restored perfectly.