

圆周运动加速度演示仪

刘洪辰^a, 林春丹^b, 周广刚^b, 杨振清^b, 张万松^b

(中国石油大学(北京) a. 化学工程学院; b. 理学院 物理系, 北京 102249)

摘 要: 基于自然坐标下曲线运动的全加速度方程, 设计了圆周运动加速度综合演示仪. 该演示仪通过手动、电动及制动可分别演示圆周运动中切向加速度(包括正负加速度)和法向加速度, 还可以直观地观察到圆周半径对切向和法向加速度的影响, 角速度对法向加速度的影响及角加速度对切向加速度的影响.

关键词: 圆周运动; 切向加速度; 法向加速度

中图分类号: O311

文献标识码: A

文章编号: 1005-4642(2016)07-0017-03

研究质点的曲线运动时, 需要用切向加速度 a_t 和法向加速度 a_n 共同来描述质点运动状态的变化, 这是因为作曲线运动的质点, 除了速度大小变化以外, 还有方向的变化, 切向加速度描述速度大小变化, 法向加速度用于描述速度方向的变化, 因此加速度可以表示为

$$a = a_t + a_n = a_t t + a_n n. \quad (1)$$

初学者往往难以理解圆周运动加速度是切向加速度和法向加速度合成的结果, 更难以理解切向加速度与法向加速度的区别以及共同点. 目前已有的加速度演示仪可以演示法向加速度的存在, 但是不能全面演示法向加速度、切向加速度及各参量(角速度、角加速度、曲率半径)对其产生的影响, 为此笔者制作了圆周运动加速度演示仪. 该演示仪能够直观、定性演示切向加速度和法向加速度的存在、二者区别及各参量(如角速度、角加速度、曲率半径等)对 2 种加速度的影响.

1 设计原理与方法

曲线运动中切向加速度与法向加速度可以分别表示为^[1-3]

$$a_t = \frac{dv}{dt} = \frac{d(\omega\rho)}{dt} = \omega' \rho, \quad (2)$$

$$a_n = \frac{v^2}{\rho} = \omega^2 \rho, \quad (3)$$

其中: ω 是角速度, ω' 是角加速度, ρ 是曲率半径.

圆周运动加速度综合演示仪俯视图及结构图分别如图 1 和 2 所示, 在直径为 50 cm 的圆盘上

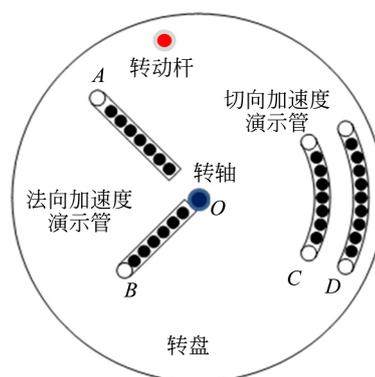


图 1 加速度演示仪俯视图

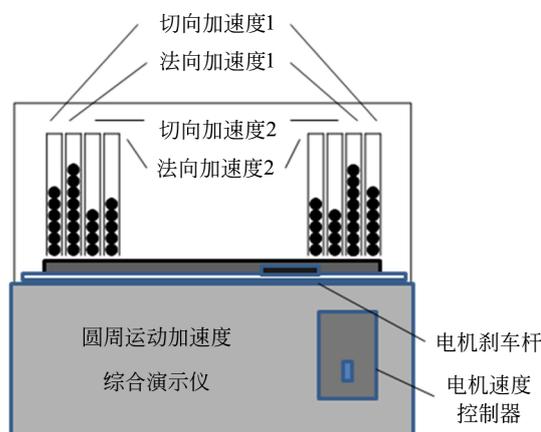


图 2 加速度演示仪结构图

收稿日期: 2016-01-01; 修改日期: 2016-03-01

资助项目: 中国石油大学(北京)科技创新训练项目(No. 201611414048); 中国石油大学(北京)教学团队项目(No. 00001115)

作者简介: 刘洪辰(1996-), 男, 中国石油大学(北京)化学工程与工艺专业 2014 级本科生.

指导教师: 林春丹(1968-), 女, 吉林延吉人, 中国石油大学(北京)理学院物理系副教授, 博士, 研究方向为水声通信及信号处理方向.



固定有沿着径向放置的透明 L 形弯管(A 管和 B 管)和沿着圆周方向放置的透明 U 形弯管(C 管和 D 管),L 形弯管的直立部分皆位于外侧. OA 长度为 20 cm,OB 长度为 15 cm,透明管内径为 8 mm. 2 个 L 形弯管管内分别放置不同颜色的小球,小球的直径为 6 mm,A 管和 B 管内均置有 20 个小球. 2 个 L 形管水平部分长度不同,以便显示曲率半径不同导致的法向加速度大小不同的情况.

图 1 中,2 个 U 形弯管(C 管和 D 管)的水平部分为圆弧,圆弧半径不同(C 管和 D 管圆弧段的曲率半径不同即可,大小不做特别要求),用于显示曲率半径对切向加速度的影响,U 形弯水平段放置相同数量的 2 种颜色玻璃球以便显示正负切向加速度,U 形管内径为 8 mm,带颜色的小球直径为 6 mm,内置小球数量为 20 个.

圆盘可以在电机带动下旋转,A 和 B 管内小球将作法向运动,C 和 D 管内小球作切向运动.

根据式(2),如果圆盘变速转动,角加速度不为零,则 $a_t \neq 0$ (可正可负),U 形圆弧管里面的玻璃球受到切向加速度作用,在管内将沿着圆弧运动致使球向某一垂直管上升,而根据切向加速度方向不同所上升球的颜色不同,可以显示当时切向加速度的正负方向;如果圆盘匀速转动则角加速度为零,即 $a_t = 0$,U 形圆弧管内的玻璃球将保持相对静止. 根据式(3),只要圆盘转动,不论是匀速转动,还是变速转动,法向加速度 $a_n \neq 0$,L 形弯管垂直段里面始终存在上升到一定高度的玻璃球.

图 3 为制作完成的加速度综合演示仪,可以直观地演示出切向加速度和法向加速度的存在、区别及共同点:区别是切向加速度大小与角加速



图 3 加速度综合演示仪实物图

度成正比,法向加速度大小与角速度平方成正比;共同点则是都与曲率半径成正比.

2 实验结果与讨论

1)抓住圆盘上的转动杆,缓慢地来回转动圆盘时,无论是 U 形圆弧管还是 L 形弯管,因加速度过小,其管内玻璃球都保持静止. 当转动速度稍微加快时,由于切向作用力增大导致外侧 U 形圆弧管内的玻璃球开始移动. 再增大转动速度时内侧 U 形圆弧管内的玻璃球也开始移动,外侧 U 形圆弧管内的玻璃球运动幅度加大. 此时,2 个 L 形弯管中的玻璃球因法向加速度小而几乎都保持静止.

2)按下起动开关,电机带动圆盘加速旋转,角加速度 $\omega' > 0$,切向加速度 $a_t > 0$,U 形圆弧管(C 管和 D 管)内的玻璃球作加速运动,并沿着垂直管上升; $a_n > 0$,L 形弯管(A 管和 B 管)里面玻璃球向法线方向运动,并沿着垂直管上升.

3)当电机带动圆盘匀速转动,则角加速度 $\omega' = 0$,切向加速度 $a_t = 0$,圆弧管里的玻璃球受到的切向作用力 $F_t = ma_t = 0$,在重力作用下,已经上升到圆弧端部垂直管内的玻璃球会下落;匀速转动阶段, $a_n > 0$ 且保持恒定,L 形弯管的玻璃球在垂直管内保持一定高度.

4)向右推下图 3 中红圈内的制动杆,角速度减小,则 $\omega' < 0$,即 $a_t < 0$,圆弧管里的玻璃球向相反方向运动;在制动时,随着角速度减小 a_n 减小, $F_n = ma_n$ 减小,导致 L 形弯管中垂直管里的玻璃球开始下降.

5)由于 U 形圆弧管内底部中心两侧分别放置不同颜色的玻璃球,则电机加速阶段,玻璃球向一个方向运动并沿着圆弧管端部垂直管上升;制动阶段,玻璃球向相反方向运动并沿着反向垂直管上升. 借助于圆弧管内 2 侧不同颜色的玻璃球能够很清楚地演示出正负切向加速度.

6)2 个 U 形圆弧(C 管和 D 管)半径不同,加速旋转阶段玻璃球的切向加速度 $a_t = \omega' \rho$ 不同,玻璃球受到的切向作用力也不同,半径大的 D 管中玻璃球由于受到切向作用力更大,因而在垂直管中上升得更高.

7)2 个直管(A 管和 B 管)径向半径 $OA > OB$,匀速旋转阶段玻璃球的法向加速度大小与半径成正比,A 管中玻璃球比 B 管玻璃球受到的法

向作用力大,因此A管中玻璃球在垂直管中上升的高度更高。

从上述演示过程可以看出:在起动、加速、匀速过程中,法向加速度和切向加速度是不同步的。初始时刻切向加速度很大,但法向加速度很小。由于法向加速度与角速度有关,与角加速度无关,因此法向加速度随着角速度的增加而增大;而切向加速度与角加速度有关,与角速度无关,所以随着角加速度的减小而减小,即随着角速度趋于稳定而减小至零。

从开始起动后多次间歇提速过程中,法向加速度始终表现为先增加而后稳定,但切向加速度始终表现为正且多次为突然增加而后慢慢减小。当借助刹车杆进行轻刹车,由稳定的角速度开始多次间歇减速过程中,法向加速度始终表现为减少而后稳定,但切向加速度始终表现为负,且多次显示为突然增加而后慢慢减小。急刹车的瞬间可观察到切向加速度为负值(玻璃球运动方向相反)

且急剧增加,但法向加速度却急剧减小。在此过程中,还可以演示速度与加速度的区别。

3 结束语

使用该演示仪观察运动规律,能够很好地理解切向加速度和法向加速度的产生原因及二者区别,同时还可以直观地演示圆周半径、角速度、角加速度对切向和法向加速度的影响。演示仪中演示出的结果是定性,透明管的内径、小球数量对演示结果没有实质影响。

参考文献:

- [1] 钟锡华,陈熙谋. 大学物理通用教程(力学)[M]. 北京:北京大学出版社,2010.
- [2] 张三慧. 大学物理学[M]. 北京:清华大学出版社,1999.
- [3] 哈尔滨工业大学理论力学教研室编. 理论力学(I)[M]. 北京:高等教育出版社,2009.

Demonstration instrument for acceleration of circular motion

LIU Hong-chen^a, LIN Chun-dan^b, ZHOU Guang-gang^b,
YANG Zhen-qing^b, ZHANG Wan-song^b

(a. College of Chemical Engineering; b. Physics Department,
Science College, China University of Petroleum-Beijing, Beijing 102249, China)

Abstract: Based on the total acceleration equation of curvilinear motion under natural coordinates, a demonstration instrument for acceleration of circular motion was designed to demonstrate tangential acceleration (including deceleration) and normal acceleration, respectively. Not only the effects of curvature radius on both tangential and normal acceleration, but also the effects of angular velocity on normal acceleration and angular acceleration on tangential acceleration were observed directly.

Key words: circular motion; tangential acceleration; normal acceleration

[责任编辑:尹冬梅]